FICHE DE LEçON

IA: Saint-Louis **IEF: Podor** **CEM: Ndieurba** **PROF: M. NDIAYE**	**MATHEMATIQUES** **Activités Géométriques:** **Chapitre 1 : THÉORÈME DE THALÈS :**	**DATE :** **CLASSE : 4e** **DURÉE : 9 H** **EFFECTIF :**

Compétences : Mobiliser les notions relatives au théorème de Thalès, aux relations trigonométriques dans un triangle rectangle, aux angles inscrits et à la géométrie dans l'espace dans la résolution de problèmes de géométrie et de problèmes liés à la vie (détermination de grandeurs).

OBJECTIF GÉNÉRAL : Au terme de ce chapitre l'apprenant devra être capable de maîtriser l'usage du théorème de Thalès pour résoudre des problèmes de longueurs et de parallélisme de droites.

OBJECTIFS SPÉCIFIQUES : Au terme de ce chapitre, l'élève devra être capable de :

- ✔ Reconnaître une configuration de Thalès dans le cas du triangle ; du trapèze.
- ✔ Calculer des longueurs en utilisant le Théorème de Thalès ;
- ✔ Justifier que deux droites sont parallèles en utilisant la réciproque du théorème de Thalès.
- ✔ Partager un segment dans un rapport donné en utilisant le théorème de Thalès ;
- ✔ Placer un point d'abscisse connue sur une droite graduée en utilisant le Théorème de Thalès.

SOURCES D'INFORMATION/ pédagogique:

- Nouveau programme 2006 de mathématiques
- Manuels : Excellence 3eme; CIAM 3eme
- Guide d'usages des programmes de Maths 3eme, septembre 2012
- Guide pédagogique 3eme
- SENEMATH 3eme

Matériel et supports didactiques :

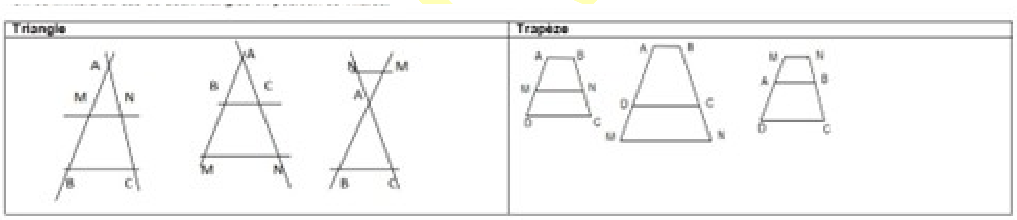
- Pour le professeur, il lui faut une règle, craie, éponge et tableau propre.
- Pour l'élève, il lui faut le matériel géométrie complet, les cahiers de cours et d'exercices, des stylos et crayons, une calculatrice.

Prérequis :

Distance, droites des milieux, droites parallèles (définition), aire du triangle, symétrie,...

Commentaires:

On fera la démonstration de ce théorème.
On se limitera au cas de deux triangles en position de Thalès.



Introduction:

Les origines de la géométrie remontent aux babyloniens et aux égyptiens (2000 ans avant notre ère). Le théorème dit « de Pythagore » est connu dans des cas particuliers. Sur des tablettes babyloniennes, on a retrouvé des problèmes à caractère géométrique (calculs d'aires) dont la résolution passe par l'algèbre.

La géométrie naît des exigences de la vie pratique : architecture, fabrication et décoration d'objets,... Mais c'est aux crues répétées du Nil qu'on attribue les origines de la géométrie. Elles contraignent les arpenteurs égyptiens à retracer régulièrement les limites des propriétés agricoles afin de redistribuer les terrains de façon équitable.

Ces arpenteurs égyptiens déterminent des longueurs, des surfaces divisées en rectangles, carrés et autres triangles. Ils utilisent la corde à 13 nœuds pour marquer les angles droits et sont ainsi nommés les tendeurs de cordes.

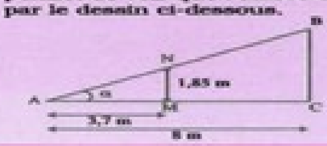
 M. NDIAYE 2.0 @@@ M/SVT sambandiaye813@gmail.com 772913251

Lors de son voyage en Égypte, **Thalès** qui vécut entre -627 et -547 pénétra dans le lac Mariotis et s'embarqua sur une felouque afin de remonter le Nil. Après quelques jours de voyage, il aperçut, dressé au milieu d'un large plateau, la pyramide de **Khéops**. **Thalès** regardant son ombre eut alors l'idée : **« le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que la pyramide entretient avec la sienne.»** Il en déduisit ceci : **« à l'instant où mon ombre sera égale à ma taille, l'ombre de la pyramide sera égale à sa hauteur» :** Voici l'idée lumineuse de **Thalès**. Curieusement, le **Théorème** qui porte son nom n'a jamais été démontré, ni même découvert par **Thalès** (la démonstration sera faite trois siècles plus tard par **Euclide**). Ce sont en fait des français qui le baptisèrent ainsi à la fin du XIXème siècle.

Du **point de vue programme**, le **théorème de Thalès** apparaît comme une extension des **THÉORÈMES DE LA DROITE DES MILIEUX** et aboutira aux homothéties.

Situation problème

Monsieur Emmanuel, debout à côté du mât de l'école, se demande comment trouver la hauteur de ce mât.
C'est à une heure où les rayons solaires sont obliques, ce qui lui permet de voir que l'ombre du mât et lui sont dans la position indiquée par le dessin ci-dessous.



Si la taille de Monsieur Emmanuel est 1,85 m, són ombre 3,7 m et que l'ombre du mât est 8 m, alors aide Emmanuel à trouver la hauteur de ce mât.

PLAN DU COURS: (Voir cours)

Activité de vérification des prérequis : (Cahier d'exercice)

Exercice 1

1° Sur une demi-droite [Ax), place un point B à 23 mm de A.

2° En utilisant le compas, place 5 points C, D, E, F et G sur [Ax) tels que AB = BC = CD = DE = EF = FG

3° Complète par les facteurs qui conviennent pour que les égalités soient vérifiées

AC = ... AB   AC = ... AD   AB = ... AC

AD = ... AC   AD = ... AF   EG = ... AG

4° Quels sont les longueurs des segments [AC], [AD], [AF], [EG], [AG] ?

5° Détermine les quotients $\frac{AB}{AC}$, $\frac{AC}{AD}$, $\frac{EG}{AG}$, $\frac{AD}{AF}$

6° Place le point M milieu du segment [DE] et détermine $\frac{AM}{AD}$ puis complète

AM = ... AD

Exercice 2

Démontre le théorème n° 4 du chapitre droite des milieux (Cf le guide du professeur de 4°) "*SI 3 droites parallèles découpent sur une sécante deux segments consécutifs de même longueur*, ***alors*** *elles découpent sur toute autre sécante deux segments consécutifs de même longueur*"

Déroulement de la leçon :

I°) Cas d'un triangle :

A°) Théorème de Thalès et sa conséquence :

Compétences exigibles

À la fin de ce paragraphe, je dois être capable :
- *de reconnaître une configuration de Thalès ;*
- *de connaître le théorème de Thalès ;*
- *d'utiliser le théorème de Thalès pour calculer des longueurs.*

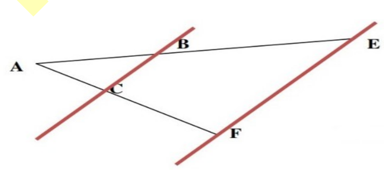
1) Activité :

a) Construis trois points non alignés A, E et F tels que AE=9cm et AF= 6cm.

b) Construis le point B tel que AB=3cm et B∈[AE]. Trace la parallèle à (FE) passant par B. Elle coupe (AF) en C.

c) Mesure le segment [AC], puis calcule et compare les rapports $\frac{AB}{AE}$ et $\frac{AC}{AF}$

Solution :



$\frac{AB}{AE} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$\frac{AC}{AF} = \frac{2}{6} = \frac{1}{2}$

Par comparaisons $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF}$

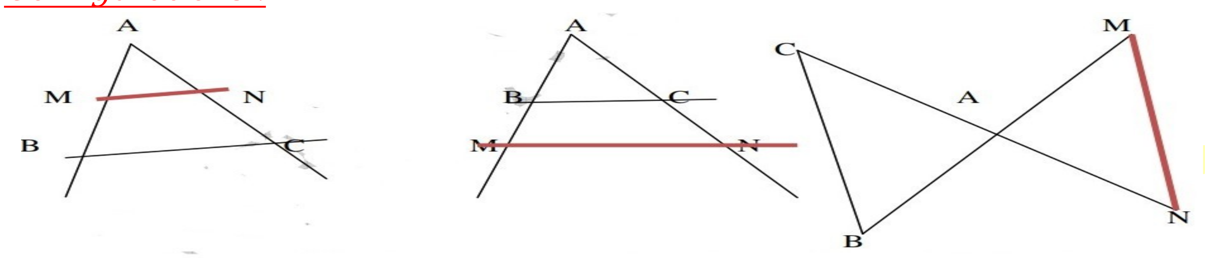
 M. NDIAYE 2.0 @@@ M/SVT sambandiaye813@gmail.com 772913251

2) Énoncé du théorème direct de Thalès:

Soit ABC un triangle. M∈(AB) et N∈ (AC).

Si (MN) est parallèle à (BC) ((MN) // (BC)), alors : $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$

Configurations :



Les triangles ABC et ANM sont en configuration (position) de Thalès, donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

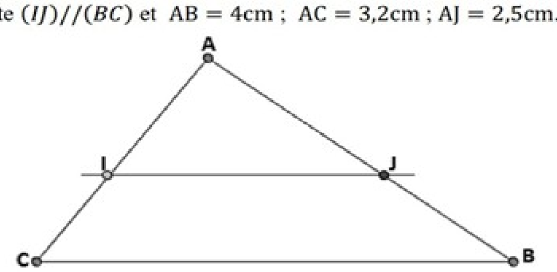
Déductogramme :

Si [ABC un triangle; M ∈ (AB), N∈ (AC)] et [(MN) // (BC)]

alors $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$

Exemple : Comment utiliser le théorème dans un exercice.

Dans la figure suivante $(IJ)//(BC)$ et AB = 4cm ; AC = 3,2cm ; AJ = 2,5cm. Calcule AI



Règle des trois étoiles* :

*ABC et AIJ sont des triangles en position de Thalès (énoncer les triangles)

*I ∈(AC) et J ∈ (AB)

*Comme (BC)//(IJ), donc d'après le théorème de Thalès, on a :

$\frac{AJ}{AB}=\frac{AI}{AC}$ ce qui donne $AI=\frac{AJ\times AC}{AB}=\frac{2{,}5\times 3{,}2}{4}=2$; $AI=2cm$

3) Conséquence du théorème de Thalès :

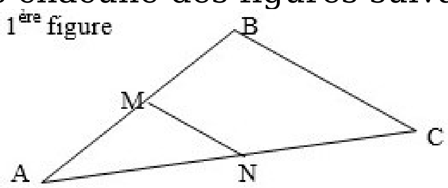
Si deux triangles sont en position de Thalès, alors les longueurs des côtés correspondants sont proportionnelles.

Autrement dit, si deux triangles **ABC** et **AMN** sont en configuration de Thalès tels que *M∈(AB), N∈(AC), alors :* $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$

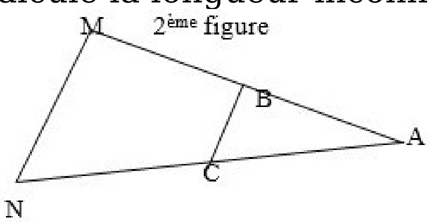
M. NDIAYE 2.0 @@@ M/SVT sambandiaye813@gmail.com 772913251

4) Exercice d'application :

Dans chacune des figures suivantes, calcule la longueur inconnue AC :



(MN)//(BC)
AM=3 ; AB=6 ; AN=4
AC= ?



(MN)//(BC)
AM=5; AB=1,5; AN=8
AC= ?

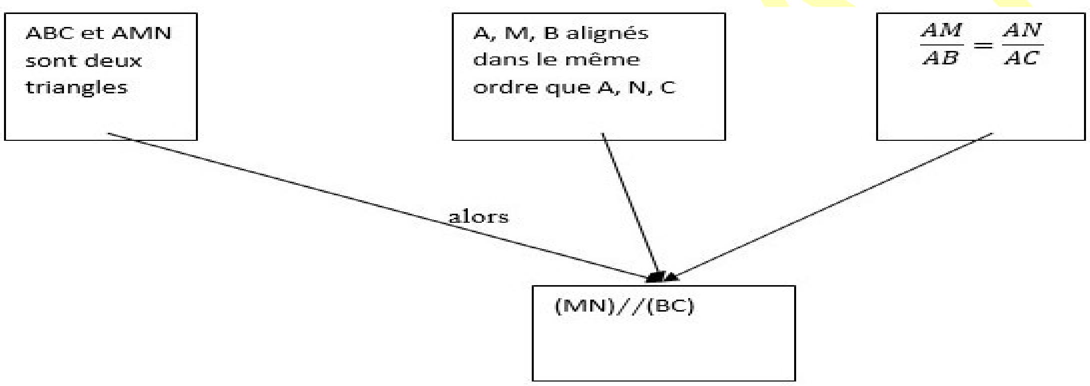
B°) Réciproque du Théorème de Thalès :

Compétences exigibles
À la fin de ce paragraphe, je dois être capable de justifier que deux droites sont parallèles.

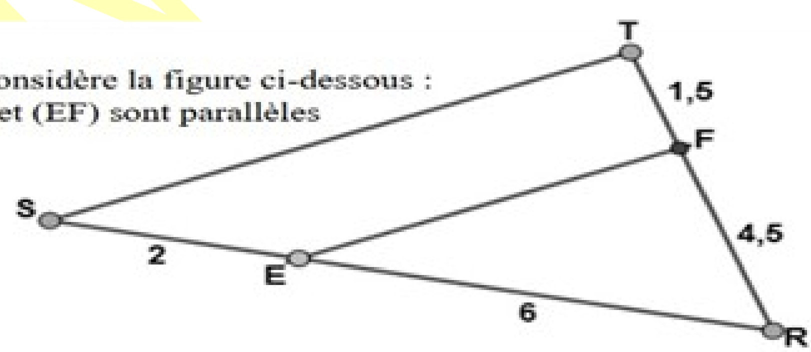
1) Énoncé de la réciproque du théorème de Thalès :

Soient ABC et AMN deux triangles, Si les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part, sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ alors **(MN) // (BC).**

Déductogramme :



Exemple :
L'unité est le centimètre. On considère la figure ci-dessous :
Montrons que les droites (ST) et (EF) sont parallèles



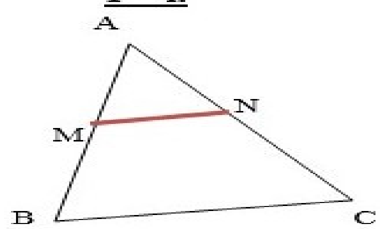
Règle des quatre étoiles :
*RST est un triangle
*E ∈[RS) et F ∈ [RT)
*$\frac{RE}{RS}=\frac{6}{8}=0,75$; $\frac{RF}{RT}=\frac{4,5}{6}=0,75$
*Comme $\frac{RE}{RS}=\frac{RF}{RT}$ donc, d'après la réciproque du théorème de Thalès (ST)//(EF)

M. NDIAYE 2.0 @@@ M/SVT sambandiaye813@gmail.com 772913251

2)Exercice d'application :

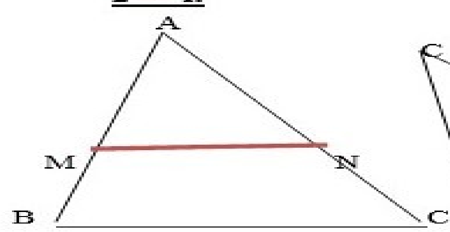
Sur chacune des figures suivantes, a-t-on (MN)//(BC) ? Justifie les réponses :

1ère f.



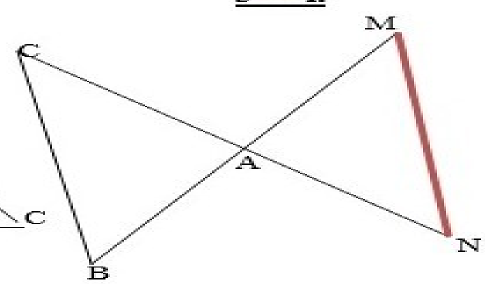
AM=2; AN=3
AB=4; AC=6

2ème f.



AB=10, 5; AC=14, 5
AM=4; AN=6, 3

3ème f.



AN=4,5; AM=3
AB=2; AC=3

II°) Cas d'un trapèze :

Compétences exigibles

À la fin de ce paragraphe, je dois être capable :
– de reconnaître une configuration de Thalès et de l'utiliser dans le cas du trapèze.

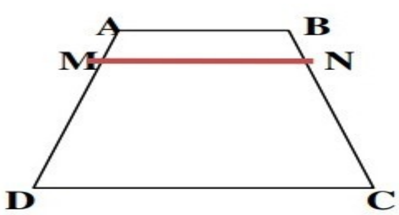
1) Activité :

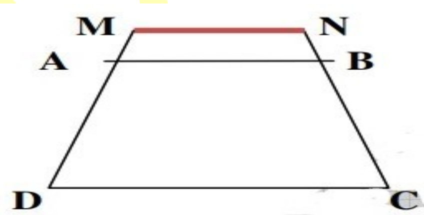
a) Construis un trapèze ABCD tel que (AB)//(DC) ; AD=5cm et BC=4cm
b) Place un point M sur [AD] tel que AM=2,5cm.
c) Trace la parallèle à (AB) passant par M. Elle coupe (BC) en N. Puis mesure le segment [BN].
d) Calcule et compare les rapports $\frac{AM}{AD}$ et $\frac{BN}{BC}$

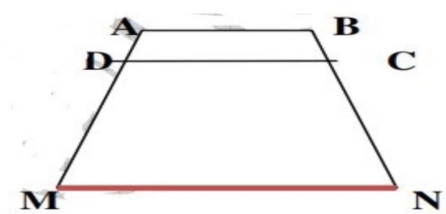
2) Théorème :

Soit ABCD un trapèze. M ∈ (AD) et N ∈ (BC).
si (AB)//(MN)//(DC), alors on a : $\frac{AM}{AD}=\frac{BN}{BC}$ ou $\frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}$ ou $\frac{DM}{DA}=\frac{CN}{CB}$

Configuration :







3)Réciproque :

Soient A*BCD et ABNM deux trapèze, si les points A, M, D sont alignés dans le même ordre que les points B, N, C*

et $\frac{AM}{AD}=\frac{BN}{BC}$ *ou* $\frac{AM}{MD}=\frac{BN}{NC}$ *ou* $\frac{DM}{DA}=\frac{CN}{CB}$ *alors* **(AB) // (MN) // (DC)**.

4) Exercice d'application :

Soit ABDC un trapèze tel que (AB)//(CD) et AC=4,5cm ; BD=3cm.
a) Sur [BD], place un point E tel que DE=2,5cm. La parallèle à (AB) passant par E coupe [AC] en F.
b) Calcule AF et déduis-en CF.

M. NDIAYE 2.0 @@@ M/SVT sambandiaye813@gmail.com 772913251

III°) Agrandissement et réduction :

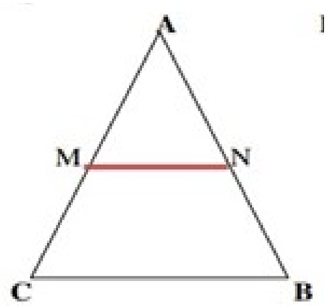
Compétences exigibles

À la fin de ce paragraphe, je dois être capable d'utiliser la propriété relative à l'aire dans le cas de deux triangles en configuration de Thalès.

1) *Définition :*

Si deux triangles ou deux trapèzes sont en configuration de Thalès, alors l'un est un **agrandissement** (ou une **réduction**) de l'autre.

Exemple :

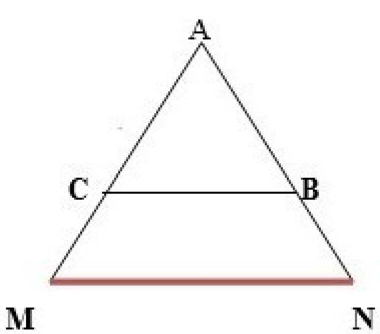


Les triangles AMN et ABC sont en Configuration de Thalès, donc AMN est une **réduction** de ABC.
ABC est un **agrandissement** de AMN

2) Propriétés :

➡ Si $\frac{AM}{AC}>1$, alors **AMN** est un **agrandissement** de **ABC**.

Exemple:

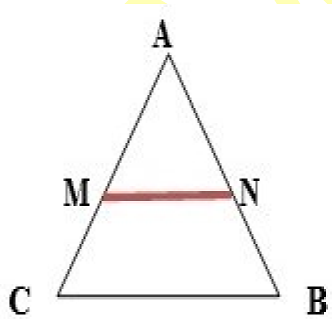


On donne :
AM = 9cm
AC = 3cm
AN= 6cm
AB= 2cm

On a: $\frac{AM}{AC}=\frac{9}{3}=3>1$ donc *AMN est un agrandissement de ABC*

➡ Si $\frac{AM}{AC}<1$, alors **AMN** est une **réduction** de **ABC**.

Exemple:



On donne :
AM = 3cm
AC = 9cm
AN= 2cm
AB= 6cm

On a: $\frac{AN}{AB}=\frac{2}{6}=0{,}33<1$ *donc* AMN *est une réduction de* ABC.

IV°) Partage d'un segment dans un rapport donné :

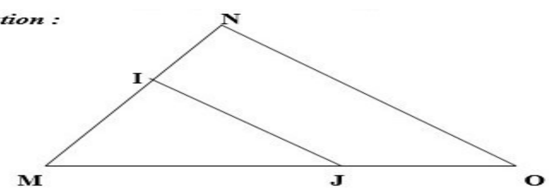
Compétences exigibles

À la fin de ce paragraphe, je dois être capable :
– de partager un segment dans un rapport donné ;
– de placer un point d'abscisse donné sur une droite graduée.

1) Activité :

a) Construis un triangle MON tel que MO=6cm et MN=4cm. Place le point J sur [MO] tel que MJ=4cm.
b) Trace la parallèle à (ON) passant par J, elle coupe [MN] en I.
c) Justifie que $\frac{MI}{MN}=\frac{2}{3}$ et que $MI=\frac{2}{3}MN$

Solution :



Justifions :
MON est un triangle, I∈[MN], J∈[MO] et (IJ)//(NO), donc $\frac{MI}{MN}=\frac{MJ}{MO}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
$\frac{MI}{MN}=\frac{2}{3}$ équivaut $MI=\frac{2}{3}MN$.

2) Méthode :

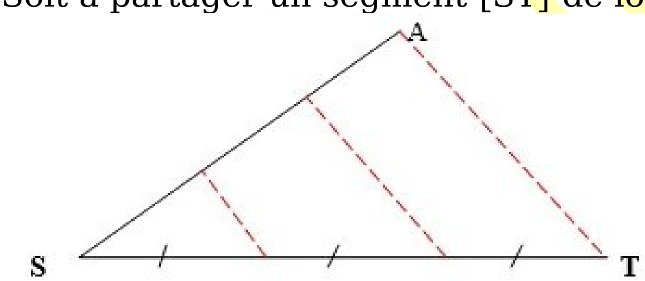
Pour partager un segment [MN] en **n** parties égales, on procède comme suit :

- ✔ On trace le segment [MN].
- ✔ On trace un segment [MA] tel que A∉(MN) et dont la mesure de sa longueur est un nombre multiple de n.
- ✔ On subdivise [MA] en n parties égales.
- ✔ On trace les parallèles à (NA) passant par les points de la subdivision ainsi obtenue.

Le théorème de Thalès nous permet de conclure que le segment [MN] est divisé en n parties égales.

Exemple :

Soit à partager un segment [ST] de longueur 7cm en 3 parties égales :



3) Comment placer un point d'abscisse donné sur une droite graduée :

Pour placer sur une droite graduée (D) un point M d'abscisse $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$), on procède comme suit :

- Si $\frac{a}{b}>0$

• On trace une droite passant par le point d'abscisse +1 de (D) et le point d'abscisse +b de (D').
• On trace la parallèle à cette droite passant par le point de (D') d'abscisse +a.

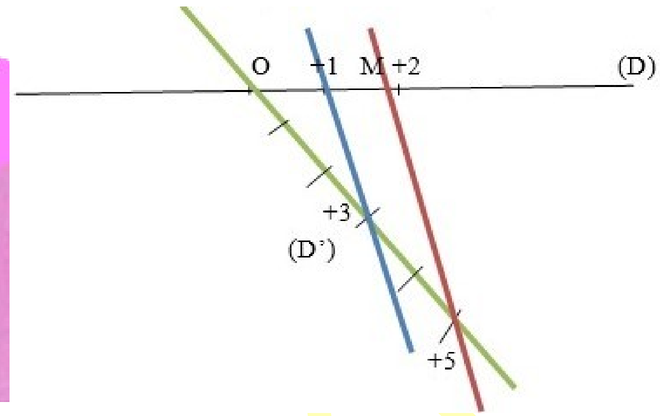
Elle coupe (D) au point recherché d'abscisse $\frac{a}{b}$

M. NDIAYE 2.0 @@@ M/SVT sambandiaye813@gmail.com 772913251

Exemple 1 :

Soit à placer sur (D) un point M $\frac{5}{3}$ d'abscisse

> Pour placer sur une droite graduée (D)
> le point M d'abscisse $\frac{5}{3}$, je procède comme suit :
>
> – Je trace une droite graduée (D') sécante à (D) ayant même origine de graduation.
> – Je trace une droite passant par le point d'abscisse +1 de (D) et le point d'abscisse +3 de (D').
> – Je trace la parallèle à cette droite passant par le point de (D') d'abscisse +5.
>
> Elle coupe (D) au point recherché M d'abscisse $\frac{5}{3}$.



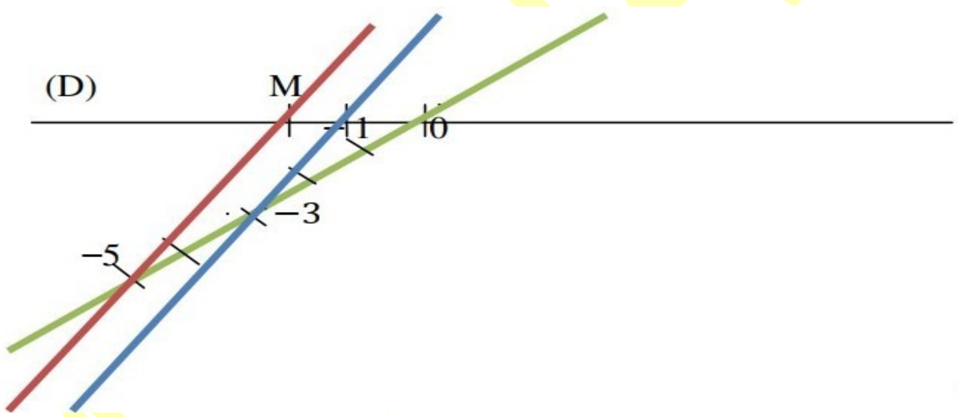
- Si $\frac{a}{b}<0$

- On trace une droite graduée (D') sécante à (D) ayant même origine de graduation.
- On trace une droite passant par le point d'abscisse – 1 de (D) et le point d'abscisse -b de (D').
- On trace la parallèle à cette droite passant par le point de (D') d'abscisse - a.

Elle coupe (D) au point recherché d'abscisse $\frac{a}{b}$

Exemple 2 :

Soit à placer sur (D) un point M d'abscisse $\frac{-5}{3}$



4) Exercice d'application :

a) Construis un segment [MF] de longueur 8 cm. Divise ce segment en 7 segments de même longueur.

b) Sur une droite graduée (D), place les points I et S d'abscisses respectives : $\frac{-4}{3}$ *et* $\frac{7}{3}$

FIN !!!!

M. NDIAYE 2.0 @@@ M/SVT sambandiaye813@gmail.com 772913251