COMPOSITION REGIONALE DU SECOND SEMESTRE 2022-2023 :

CORRIGÉ DE MATHEMATIQUES : 3ième

Exercice 1 : *(0,75pt × 8)=* ***6 points***

Pour chacun des énoncés dans le tableau ci-dessous, trois réponses A, B et C sont proposées dont un seul est correct. Pour répondre, tu porteras sur ta copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie.

1. A (le point C est le milieu de [AB])
2. C $(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GF})$
3. A (La mesure de l'angle inscrit est égale à la moitié de celle de l'angle au centre associé)
4. B $(f(2) = -3 \Longrightarrow 2a + 2 = -3 \; d'où \; a = -\frac{5}{2})$
5. B $((d) \perp (d') \; si \; m \times m' = -1)$
6. B ($\widehat{ALI}$ *et* $\widehat{AIL}$ sont complémentaires, $sin\widehat{AIL} = cos\widehat{ALI}$)
7. C (l'équation réduite de la droit d'équation générale $2x - 3y + 1 = 0$ est $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$)
8. A (Le mode de cette série est 5 ; c'est la modalité de plus grand effectif)

Exercice 2 ***7 pts***

Le plan muni d´un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne : $A\,(1,-1);\ B\,(-1,-3)\ et\ C\,(5,-5)$.

1. Je place les points A, B et C dans ce repère. ***0,75 pt***

2. Calculons AB, BC et AC.

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{8}$; $BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = \sqrt{40}$;
$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{32}$; ***0,5pt*** **× 3**

3. Déterminons la nature exacte du triangle ABC.

$BC^2 = 40$ et $AB^2 + AC^2 = 8 + 32 = 40$. $AB^2 + AC^2 = BC^2$ donc ABC est rectangle en A. ***0,75 pt***

4. Calculons les coordonnées du point M milieu de [BC].

$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = 2$ et $y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = -4$ d'où $M\,(2,-4)$ ***0,5 pt***

5. a) Je trace le cercle (C) circonscrit au triangle ABC. ***0,5pt***

b) Je calcule son rayon. $r = \frac{BC}{2} = \sqrt{10}$ ***0,5pt***

6. a) Je trace la droite (T) tangente au cercle en A. ***0,5pt***

b) Je détermine l'équation de la droite (T)

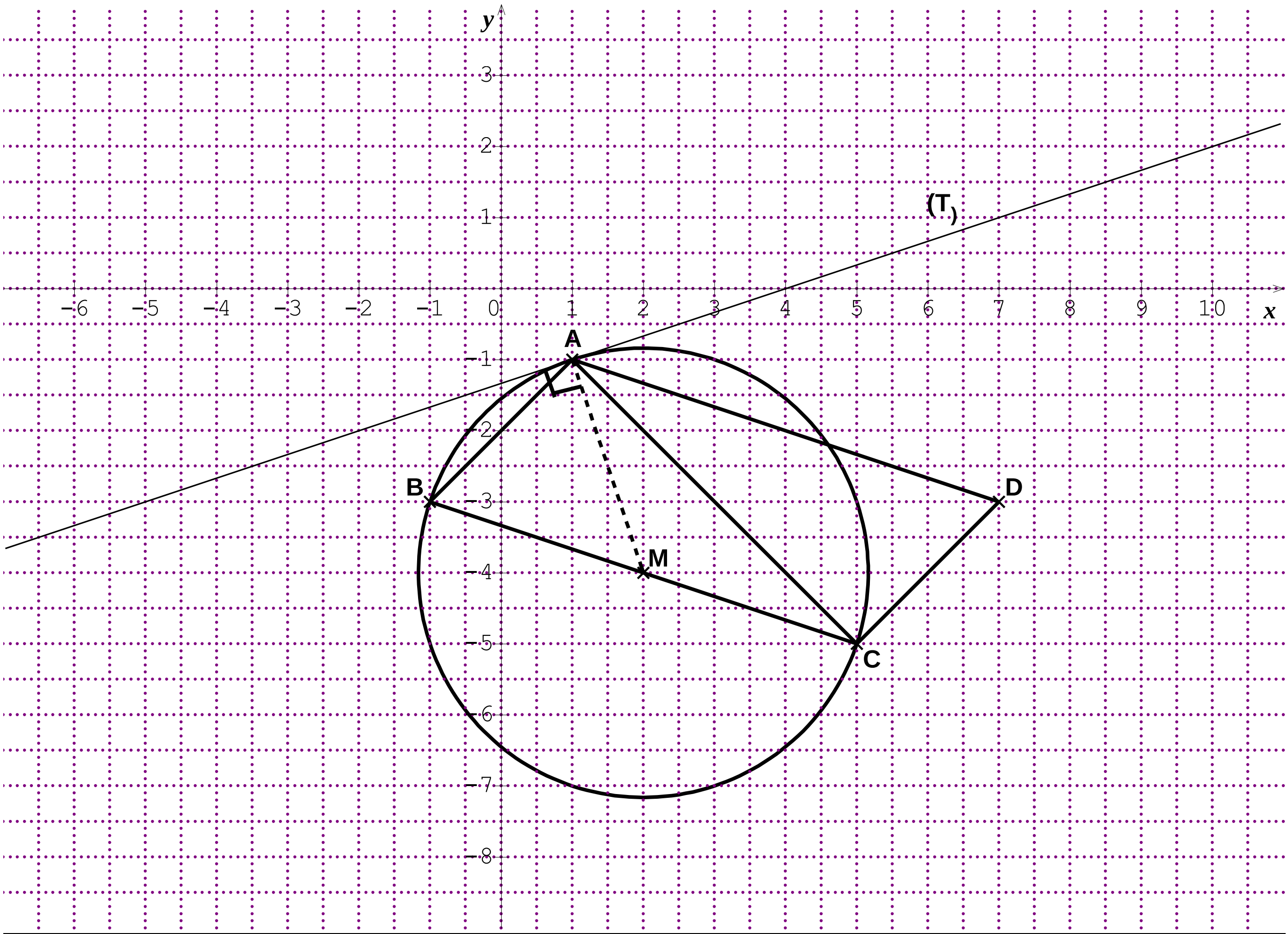
$N\,(x,y) \in (T) si\ \overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow 1 \times (x-1) - 3 \times (y+1) = 0$; d'où
$(T): x - 3y - 4 = 0$ ***1pt***

7. Je montre que $sin\,\widehat{ACB} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

ABC est rectangle en A, $sin\,\widehat{ACB} = \frac{BA}{BC} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{40}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ***0,5pt***

8. ABCD est un parallélogramme si $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ On a : $\begin{cases} 5 - x_D = -2 \\ -5 - y_D = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 7 \\ y_D = -3 \end{cases}$

D'où $D\,(7,-3)$ ***0,5 pt***



Exercice 3 ***7 pts***

On a réparti par classes, 50 élèves selon leur taille en cm :

Classes	$[146\,;\ 150[$	$[150\,;\ 154[$	$[154\,;\ 158[$	$[158\,;\ 162[$	$[162\,;\ 166[$
Centre des classes	**148**	**152**	**156**	**160**	**164**
Effectifs	x	10	20	y	5

La taille moyenne est 156 cm

1) Reproduis puis complète le tableau ci-dessus avec les centres de classes. ***0,5 pt***
2) a) En exprimant la moyenne en fonction de x et y, montrons que x et y vérifient l'équation $37x + 40y = 585$:

   $On\ a : \frac{148x+152\times10+156\times20+160y+164\times5}{50} = 156 \Leftrightarrow 148x + 160y + 5460 = 7800$

   $148x + 160y = 2340 \Leftrightarrow 37x + 40y = 585$ ***0,5 pt***

   b) Justifie que x et y vérifient le système suivant : $\begin{cases} x + y = 15 \\ 37x + 40y = 585 \end{cases}$

   En exprimant l'effectif total en fonction de x et y, on a : $x + y + 35 = 50 \Leftrightarrow x + y = 15$. ***0,5 pt***

   c) Je détermine les valeurs de x et y

   $\begin{cases} x + y = 15 \\ 37x + 40y = 585 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -40x - 40y = 600 \\ 37x + 40y = 585 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 15 \\ 3x = 15 \end{cases}$. D'où $x = 5$ et $y = 10$. ***1 pt***

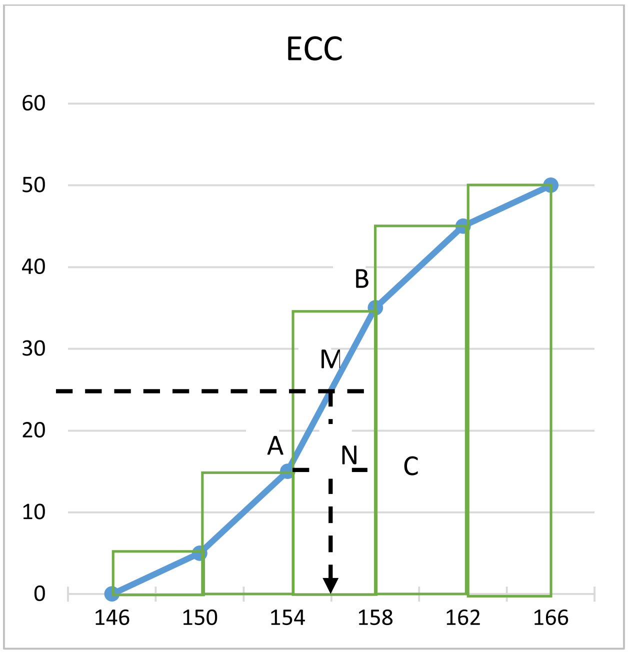
3) Pour la suite, on donne $x = 5$ et $y = 10$.

a. Complète le tableau ci-dessus en ajoutant les lignes des effectifs cumulés croissants et fréquences cumulées croissantes (en %). ***1 pt***

Classes	$[146 ; 150[$	$[150 ; 154[$	$[154 ; 158[$	$[158 ; 162[$	$[162 ; 166[$
Centre des classes	**148**	**152**	**156**	**160**	**164**
Effectifs	5	10	20	10	5
ECC	5	15	35	45	50
FCC	10%	30%	70%	90%	100%

b. Le pourcentage d'élèves qui ont une taille inférieure à 158 cm est 70% ***0,5 pt***

4) Je trace l'histogramme et le polygone des effectifs cumulés croissants.
(1cm pour 4 sur l'axe des abscisses (à partir 146) et 1 cm pour 10 sur l'axe des ordonnées).



1,5 pt

5) A l'aide du théorème de Thalès, détermine la taille médiane. ***1,5 pt***

Les triangles AMN et ABC sont en position de THALES

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ donc $\frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ or

AC=4 ; MN=10(=25-15) et BC=20

D'où $AN = \frac{MN \times AC}{BC} = 2$

La médiane est donc 154+2=156