Année 2023. 1

Modèle de correction de la composition

Exercice 01

1) Déterminons le produit vectoriel $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ et déduisons que les points A, B et C sont non alignés.

on a : $\overrightarrow{AB}(3;3;3)$ et $\overrightarrow{AC}(3;0;-3)$

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -3 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$= -9\vec{i} + 18\vec{j} - 9\vec{k}$$

$$= \boxed{9(-\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}) \neq \vec{0}}$$

Puisque $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} \neq \vec{0}$ alors A, B et C sont non alignés 0,5

2-a) Montrons que le triangle ABC est rectangle en A.

on a $\boxed{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 9 - 9 = 0}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ 0,5 sont orthogonaux et le triangle ABC est rectangle en A

b) Déterminons une équation du plan (P_1) orthogonal à la droite (AC), passant par A.

$\overrightarrow{AC}$ est un vecteur normal au plan (P_1) donc on a

$(P_1) : 3x - 3z + d = 0$

or (P_1) contient $A(3;-2;2)$

Donc on a : $9 - 6 + d = 0$

D'où $d = -3$.

Donc une équation de (P_1) est $x - 1 = 0$. 0,5

$\boxed{(P_1) : x - z - 1 = 0}$

c) vérifions que le plan (P_2) d'équation $x + y + z - 3 = 0$ est orthogonal à la droite (AB) et passe par A.

$\vec{n}(1,1,1)$ est un vecteur normal à (P_2).

et $\overrightarrow{AB}(3,3,3) = 3(1,1,1)$.

Donc $\overrightarrow{AB} = 3\vec{n}$ donc (AB) est orthogonal à (P_2) car $\overrightarrow{AB}$ est colinéaire à $\vec{n}$ 0,5

Par ailleurs $A(3;-2;2)$ vérifient l'équation (P_2) car $3 - 2 + 2 - 3 = 0$ 0,25

②

3) Donnons l'expression analytique de la projection P sur le plan P_2.

Soient $M(x;y;z)$ et $M'(x';y';z')$ tel que $P(M) = M'$

$M' \in (P_2) \Rightarrow \overrightarrow{MM'}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ donc il existe un réel k tel que

$$\overrightarrow{MM'} = k\vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} x'-x = k \\ y'-y = k \\ z'-z = k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = k+x \\ y' = k+y \\ z' = k+z \end{cases} \quad (S)$$

or $x'+y'+z'-3 = 0$

$k+x+k+y+k+z-3 = 0$

$3k+x+y+z-3 = 0$

$3k = -x-y-z+3$

$k = -\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}z+1$

$$(S) \Rightarrow \begin{cases} x' = \frac{2}{3}x-\frac{1}{3}y-\frac{1}{3}z+1 \\ y' = -\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}y-\frac{1}{3}z+1 \\ z' = -\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}y-\frac{2}{3}z+1 \end{cases}$$

0,75

est l'expression analytique de P.

4) a) Ecrire une équation de la sphère (S) de centre B et de rayon $R = 5\sqrt{2}$.

$M(x;y;z) \in (S) \Leftrightarrow$

$BM = 5\sqrt{3} \Leftrightarrow (x-6)^2+(y-1)^2+(z-5)^2 = 75$

$M(x;y;z) \in (S) \Rightarrow x^2+y^2+z^2-12y-2x-10z-13=0$

Donc une équation de (S) est $x^2+y^2+z^2-2x-12y-10z-13=0$

0,25

b) Donnons la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble $L = (S) \cap (P_2)$

Calculons la distance du centre B de la sphère au plan (P_2) notée d.

$d = \frac{|ax_B+by_B+cz_B+d|}{\|\vec{n}\|}$

$d = \frac{|6+1+5-3|}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} < R.$

0,25

Donc $L \cap S$ est un cercle de rayon $r = \sqrt{R^2-d^2}$

$\boxed{r = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}.}$

Son centre est $P(B) = A$ d'après la question 2-c

0,25

5.a) calculer les produits (3) scalaires $\vec{AD}\cdot\vec{AB}$ et $\vec{AD}\cdot\vec{AC}$

on a: $\vec{AD}(-3, 6, -3)$.

$\vec{AD}\cdot\vec{AB} = 0$ et $\vec{AD}\cdot\vec{AC} = 0$ 0,5

Donc AD est orthogonale au plan (ABC). 0,25

b) Calculons le volume V.

$$V = \frac{1}{6}\left|(\vec{AB}\wedge\vec{AC})\cdot\vec{AD}\right|$$

$$= \frac{1}{6}\left|27+108+27\right| = 27$$

$$\boxed{V = 27\ cm^3}$$ 0,5

Exercice 02

1) Resoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équat

(E): $12x - 5y = 3$

$PGCD(12,5) = 1 \mid 3$ Donc l'équation admet au moins un couple de solution (x_0, y_0) en particulier $(-1;-3)$ est solution de (E) car.

$12(-1) - 5(-3) = -12+15 = 3$

on a: $\begin{cases} 12x - 5y = 3 & (1) \\ 12x_0 - 5y_0 = 3 & (2) \end{cases}$

$(1)-(2) \Rightarrow 12(x-x_0) = 5(y-y_0)$ *

or $12 \wedge 5 = 1$

Donc d'après le théorème de gauss 5 divise $x - x_0$.

Il existe un entier k telque

$x - x_0 = 5k$ **

$x = 5k + x_0$.

$x = -1 + 5k$

* et ** on a:

$12(5k) = 5(y - y_0)$

$12k = y - y_0$

$y = y_0 + 12k$.

$y = -3 + 12k$.

Donc $S = \{-1+5k; -3+12k\}$ $k \in \mathbb{Z}$. 1

(2) soit la suite de nombres complexes Z_n definie par.

$$\begin{cases} Z_0 = i & \forall n \geq 0 \\ Z_{n+1} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) Z_n \end{cases}$$

on a $M_n(Z_n)$.

a) Demontrons par recurrence que pour tout entier naturel n, $Z_n = e^{i\left(\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi n}{6}\right)}$.

Pour $n=0$, on a $z_0 = e^{i\frac{\pi}{2}} = i$
Donc la propriété est vraie au 1er rang.

* supposons que la propriété est vraie au rang n et montrons qu'elle vraie au rang n+1.

on a $z_{n+1} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) z_n$
$= e^{i\frac{5\pi}{6}} \times e^{i\left(\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi n}{6}\right)}$

$z_{n+1} = e^{i\left(\frac{\pi}{2} + \frac{5(n+1)\pi}{6}\right)}$

Donc la propriété est vraie au rang n+1 donc elle est vraie au rang n. 9/7

b) Déterminons l'ensemble des entiers naturels n pour lesquels M_n appartient à la demi-droite $[Ox)$.

$M(z_n) \in [Ox) \iff \arg(z_n) \equiv 0\ [2\pi] \iff \frac{\pi}{2} + \frac{5n\pi}{6} \equiv 0\ [2\pi]$

$\iff$ il existe un entier relatif k tel que $\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi n}{6} = 2k\pi$

$\iff 12k - 5n = 3$

D'où d'après la question 1. on a $n = 12p - 3$, $p \in \mathbb{N}^*$ 9/7

Partie B. 4

1) Montrons que (E) a pour équation $12X^2 + 9Y^2 = 16$ par rapport à un repère que l'on précisera.

• $\frac{MF}{d(M,(D))} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x^2+y^2}{|y-2|^2} = \frac{1}{4}$

D'où $4(x^2+y^2) = y^2 - 4y + 4$
$\Rightarrow 4x^2 + 3y^2 + 4y = 4$
$\Rightarrow 4x^2 + 3\left(y + \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{16}{3}$
$\Rightarrow 12x^2 + 9\left(y + \frac{2}{3}\right)^2 = 16$

on pose $X = x$ et $Y = y + \frac{2}{3}$

D'où $12X^2 + 9Y^2 = 16$

$12 \neq 9$ et $12 \times 9 > 0$ est l'équation générale d'une ellipse ~~conique~~ de centre $I\left(0; -\frac{2}{3}\right)$ car $X = x$ et $Y = y + \frac{2}{3}$. 1

2) Soit ϕ l'application qui à tout point M de coordonnées x et y associe le $M'(x'; y')$ tel que
$$\begin{cases} x' = x \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2} y - \frac{2-\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

5

$$\begin{cases} x' = x \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}y - \frac{2-\sqrt{3}}{6} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = x' \\ y = \frac{2}{\sqrt{3}}y' + \frac{2-\sqrt{3}}{6} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

or $S(E) = E'$ et $(E) : 12x^2 + 9\left(y+\frac{2}{3}\right)^2 = 16$

D'où $(E') : 12x'^2 + 9\left(\frac{2}{\sqrt{3}}y' + \frac{2-\sqrt{3}}{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}}\right)$,

$\Rightarrow (E') : 12x'^2 + \frac{36}{3}\left(y'+\frac{2}{3}\right)^2 = 16$

$\Rightarrow (E') : 12x'^2 + 12\left(y'+\frac{2}{3}\right)^2 = 16$

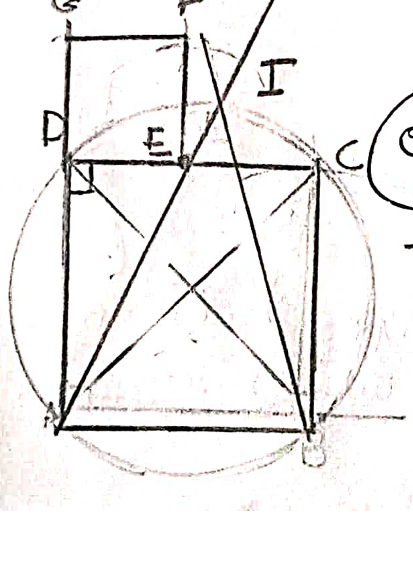
$$\boxed{(E') : x'^2 + \left(y'+\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{3}}$$

D'où (E') est un cercle de centre $I\left(0, -\frac{2}{3}\right)$ et de rayon $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

2

Partie c

1) Faisons une figure.



Soit S la similitude de centre D qui transforme A en B.

Déterminons le rapport et l'angle de S.

On a : $\begin{cases} S(D) = D \\ S(A) = B \end{cases}$ donc par définition on a

$$\begin{cases} \frac{DB}{DA} = k \\ (\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}) = \theta \ [2\pi] \end{cases}$$

or $\frac{DB^2}{DA^2} = \frac{DA^2 + AB^2}{DA^2} = 1 + \frac{AB^2}{DA^2}$.

or ABCD est un carré

Donc $\frac{DB^2}{DA^2} = 1 + 1 = 2$.

D'où $\frac{DB}{DA} = \sqrt{2}$.

0,?

• $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}) = \frac{\pi}{4} \ [2\pi]$

D'où $\begin{cases} k = \sqrt{2} \\ \theta = \frac{\pi}{4} \ [2\pi] \end{cases}$

③ Déterminons S(E)

DEFG est un carré direct.

on a $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{DF}) = \frac{\pi}{4}$ ①

$DF^2 = DE^2 + EF^2 = 2DE^2$

d'où $DF = \sqrt{2}\,DE$

$\Rightarrow \frac{DF}{DE} = \sqrt{2}$ ②

① et ② $\Rightarrow S(E) = F$. 0,75

④ Soit T le cercle circonscrit à ABCD et I le point d'intersection des droites (AE) et (BF)

a) Calculons mes $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{FB})$ et déduisons que $I \in T$

• Puisque S est une similitude et $S(A) = B$ et $S(E) = F$, on a $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{FB}) = \frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$

or $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{FB}) = (\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}) = \frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$

or $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}) = \frac{\pi}{4}$ $[2\pi]$ D'où

$I \in$ au cercle circonscrit au triangle DAB D'où $I \in T$ 0,75

b) Montrons que les droites (IB) et (DI) sont orthogonales

• T est le cercle de diamètre [BD] et $I \in T$ distinct de B et D donc le triangle IBD est rectangle en I 0,5
D'où (IB) et (DI) sont orthogonales.

Exercice 03 (I)

Soit f la fonction définie sur $]1,+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{1}{\ln x}$$

1) calculons

. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\ln x} = 0$ (qV)

. $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

2) a) Montrons $\forall x>1$, $f'(x) = \frac{-1}{x\ln^2 x}$?

f est dérivable sur $]1,+\infty[$ et pour tout $x>1$,

$$f'(x) = -\frac{(\ln(x))'}{\ln^2 x} = \frac{-1}{x\ln^2 x}$$ (qP)

b) Dressons le TV de variation de f.

x	1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0

(qn)

3) tracer (C). voir fin de l'exo. (qn)

4) Montrons que l'équat $f(x)=x$ possède sur un $]1,+\infty[$ une unique solution.

Posons $h(x) = f(x) - x$.

h est dérivable sur $]1,+\infty[$ et $\forall x>1$, $h'(x) = \frac{-1}{x\ln^2 x} - 1 < 0$

x	1		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

La fonction h est continue et strictement décroissante sur $]1,+\infty[$; elle réalise une bijection de $]1,+\infty[$ vers $\mathbb{R}$ donc il existe une unique réel $\alpha \in]1,+\infty[$ tel que (qn) $h(\alpha)=0$ d'où il existe un unique réel $\alpha \in]1,+\infty[$ tel que $f(\alpha)=\alpha$.

8

$\cdot\ h(e) = 1 - e < 0$

D'où $h(e) < h(\alpha)$

$\Rightarrow e > \alpha$. 0,25

Partie B.

1) Soit $n \in \mathbb{N}^*$ pour tout $x \in]1, +\infty[$.

On pose $F_n(x) = \int_{\alpha}^{x} (f(t))^n dt$

et $H_n(x) = \int_{\ln\alpha}^{\ln x} \frac{e^t}{t^n} dt$

a) Montrons que H_n est dérivable sur $]1, +\infty[$ et calculons $H'_n(x)$.

$x \to \frac{e^x}{x^n}$ est continue sur $]0, +\infty[$, donc elle admet une primitive K est dérivable sur $]0, +\infty[$

$x \to \ln x$ est dérivable sur $]1, +\infty[$. ma $H_n(x) = G(\ln x) - G(\ln 2)$ 0,25 dérivable sur $]0, +\infty[$

Donc $H_n(x) = (\ln x)' K(\ln x)$

$= \frac{1}{x} \times \frac{e^{\ln x}}{x \ln^n x}$

D'où $H'_n(x) = \frac{1}{(\ln x)^n} = (f(x))^n$. 0,25

b) Déduisons que pour tout $x > 1$, $H_n(x) = F_n(x)$.

Pour tout $x \in]1, +\infty[$

$H'_n(x) = F'_n(x) = [f(x)]^n$.

alors $H_n(x) = F_n(x) + C$

or $H_n(\alpha) = F_n(\alpha) = 0$

D'où $C = 0$

Donc pour tout $x > 1$

$H_n(x) = F_n(x)$ 0,5

2) On pose $\forall n \geq 1$

$U_n = \int_{\alpha}^{e} (f(t))^n dt$.

a) Vérifions que pour tout $n \geq 1$, $U_n = \int_{\ln\alpha}^{1} \frac{e^t}{t^n} dt$

Pour tout $n \geq 1$

$U_n = F_n(e)$

or $F_n(e) = H_n(e) = \int_{\ln\alpha}^{1} \frac{e^t}{t^n} dt$

Donc $\forall n \geq 1$, $U_n = \int_{\ln\alpha}^{1} \frac{e^t}{t^n} dt$ 0,5

b) Déduisons que pour tout entier $n \geq 2$,

$$\frac{\alpha^n - \alpha}{n-1} \leq U_n \leq \frac{e}{n-1}(\alpha^{n-1} - 1)$$

On a pour tout $n \geq 2$ on a.

$$\ln\alpha \leq t \leq 1 \Rightarrow \alpha \leq e^t \leq e$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{t^n} \leq \frac{e^t}{t^n} \leq \frac{e}{t^n}$$

$$\Rightarrow \int_{\ln\alpha}^{1} \frac{\alpha}{t^n}\,dt \leq \int_{\ln\alpha}^{1} \frac{e}{t^n}\,dt \leq \int_{\ln\alpha}^{1} \frac{e}{t^n}\,dt.$$

$$\Rightarrow \alpha\left[\frac{-1}{(n-1)t^{n-1}}\right]_{\ln\alpha}^{1} \leq U_n \leq e\left[-\frac{1}{(n-1)t^{n-1}}\right]_{\ln\alpha}^{1}.$$

après calcul on obtient

$$\boxed{\Rightarrow \frac{\alpha^n - \alpha}{n-1} \leq U_n \leq \frac{e}{n-1}(\alpha^{n-1} - 1)}$$

0,75

en utilisant

$$[f(\alpha)]^{n-1} = \frac{1}{(\ln(\alpha))^{n-1}} = \alpha^{n-1}.$$

c) Montrer que $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{\alpha^n}{n} = +\infty$

Puis déterminons $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

• $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{\alpha^n}{n} = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{e^{n\ln\alpha}}{n} = +\infty$

• Pour tout $n \geq 2$, on a.

$$\frac{\alpha^n - \alpha}{n-1} \leq U_n \leq \frac{e}{n-1}(\alpha^{n-1} - 1)$$

or $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{\alpha^n - \alpha}{n-1} = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{\alpha^n}{n} \frac{\left(1 - \frac{1}{\alpha^{n-1}}\right)}{\left(1 - \frac{1}{n}\right)}$

$$= +\infty.$$

Ainsi, on a $\frac{\alpha^n - \alpha}{(n-1)} \leq U_n$.

$$\boxed{\lim_{n \to +\infty} \frac{\alpha^n - \alpha}{(n-1)} = +\infty.}$$

0,5

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = +\infty$.

d) Calculons $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{U_n}{\alpha^n}$.

$$\frac{\alpha^n - \alpha}{n-1} \leq U_n \leq \frac{e}{n-1}(\alpha^{n-1} - 1)$$

$$\frac{\alpha^n - \alpha}{\alpha^n(n-1)} \leq \frac{U_n}{\alpha^n} \leq \frac{e}{n-1}\left(\frac{\alpha^{n-1} - 1}{\alpha^n}\right.$$

$$\Rightarrow \frac{1-\frac{1}{\alpha^n}}{n-1} \leq \frac{U_n}{\alpha^n} \leq \alpha e \frac{\left(1-\frac{1}{\alpha^{n-1}}\right)}{n-1}$$

or $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1-\frac{1}{\alpha^n}}{n-1} = 0$ et

$\lim\limits_{n\to+\infty} \alpha e \frac{\left(1-\frac{1}{\alpha^{n-1}}\right)}{n-1} = 0$

Donc $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{U_n}{\alpha^n} = 0$

$$\boxed{\text{D'où } \lim_{n\to+\infty} \frac{U_n}{\alpha^n} = 0}$$

0,1

6) on pose $S_n = \sum_{k=1}^{n} (k-2) U_k$

a) Par IPP montrons $\forall n \geq 1$

$U_n = e - \alpha^{n+1} + n U_{n+1}$.

Pour tout $n \geq 1$, on a :

$$U_n = \int_\alpha^e \frac{1}{t(\ln t)^{n+1}} dt$$

Posons.

$u' = 1 \longrightarrow u = t$

$v = \frac{1}{(\ln t)^n} \longrightarrow v' = \frac{-n}{t(\ln t)^{n+1}}$.

Donc on a :

$$U_n = \int_\alpha^e \frac{1}{(\ln t)^n} dt =$$

$$\left[\frac{t}{(\ln t)^n}\right]_\alpha^e - \int_\alpha^e \frac{-n}{(\ln t)^{n+1}}$$

$$\Rightarrow U_n = e - \frac{\alpha}{(\ln \alpha)^n} + n U_{n+1}$$

$$= e - \alpha (f(\alpha))^n + n U_{n+1}$$

$$= e - \alpha^{n+1} + n U_{n+1}.$$

Donc $\forall n \geq 1$, $U_n = e - \alpha^{n+1} + n U_{n+1}$

0,7

b) Montrons par récurrence

$\forall n \geq 1$, $S_n = \frac{\alpha^{n+1} - \alpha^2}{\alpha - 1} + (1-n)e - U_n$

- vérifions que la propriété est vraie pour $n = 1$.
- $S_1 = -U_1 = \frac{\alpha^2 - \alpha^2}{\alpha - 1} + (1-n)e - U_n$.

Donc $P(1)$ est vraie.

- Supposons que la propriété est vraie au rang n et Montrons qu'elle est vraie au rang $n+1$.

Càd $S_{n+1} = \frac{\alpha^{n+2} - \alpha^2}{\alpha - 1} + ne - U_{n+1}$

On a :

$S_{n+1} = S_n + (n-1) \cdot U_{n+1}$

$$= \frac{\alpha^{n+1} - \alpha^2}{\alpha - 1} + (1-n)e - U_n + (n-1) U_{n+1}$$

$$S_{n+1} = \frac{\alpha^{n+1} - \alpha^2}{\alpha - 1} + \cancel{e} - ne - \cancel{e} + \alpha^{n+1}$$
$$- n\,u_{n+1} + n\,u_{n+1} - u_{n+1}$$

$$S_{n+1} = \frac{\alpha^{n+1} - \alpha^2}{\alpha - 1} + \alpha^{n+1} - u_{n+1}.$$

Ainsi $P(n+1)$ est vraie donc

$P(n)$ est vraie. cad $\forall n \geq 1$

$$S_n = \frac{\alpha^{n+1} - \alpha^2}{\alpha - 1} + (1-n)e - u_n.$$

0,75

c) Determinons $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{S_n}{\alpha n}$

on a:

$$\frac{S_n}{\alpha n} = \frac{\alpha^{n+1} - \alpha^2}{\alpha^n(n-1)} + \frac{(1-n)e}{\alpha n} + \frac{u_n}{\alpha n}.$$

$$= \frac{\alpha - \frac{\alpha^2}{\alpha n}}{\alpha - 1} + \frac{(1-n)e}{\alpha n} - \frac{u_n}{\alpha n}$$

or. $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{\alpha - \frac{\alpha^2}{\alpha n}}{\alpha - 1} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$

$\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{(1-n)e}{\alpha n} = 0$ et

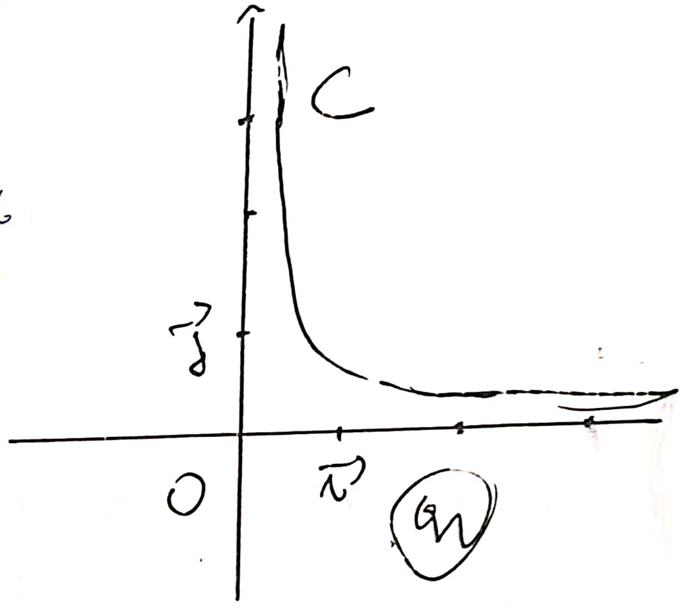
$\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{u_n}{\alpha n} = 0$

Donc $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{S_n}{\alpha n} = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$

0,5

N°2

③.



0,5