| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | solutions de l'équation différentielle $2y'+y=0$ | asymptote verticale | asymptote horizontale | disjointes | commun |
| 11 | Un opérateur de téléphonie mobile a triplé le crédit de ses clients, le pourcentage d'augmentation est donc de | 50% | 100% | 150% | 300% |
| 12 | La somme des 100 premiers entiers naturels impairs est | 1000 | 10000 | un nombre impair | 20000 |
| 13 | ABC est un triangle, I le centre du cercle circonscrit. | (AI) est une médiane | (AI) est une médiatrice | (AI) est une hauteur | (AI) est une bissectrice |
| 14 | Soit Z le nombre complexe tel que $Z=\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$. Alors | Z est réel | Z n'est ni réel ni imaginaire pur | $Z^{12}$ est un réel négatif | $\|Z\|=1$ |
| 15 | L'intégrale $I=\int_{-1/2}^{0} xe^{-2x}\,dx$ vaut | -1/4 | 0 | $\frac{-1}{2}e$ | $\frac{1}{2}e$ |
| 16 | Si $u=\sqrt{2+\sqrt{2}}+i\sqrt{2-\sqrt{2}}$, le complexe $(u^2)^8$ est égale à | $-2^{16}$ | $1+i$ | $2^{16}$ | 1 |
| 17 | $f(x)=\frac{2}{e^{\frac{1}{x}}-2}$. Le domaine de définition de $f$ est | $IR\backslash\{0\}$ | $IR\backslash\left\{0;\frac{1}{ln2}\right\}$ | $IR\backslash\{0;-ln2\}$ | $IR\backslash\left\{\frac{1}{ln2}\right\}$ |
| 18 | La fonction g définie par $g(x)=x(1-lnx)^2$ si $x>0$ et $g(0)=0$ | est continue en 0 | est dérivable en 0 | n'est pas définie en 0 | ne s'annule qu'en 0 |
| 19 | $(-cos\theta+isin\theta)^n$ est égal à | $-\cos(n\theta)+isin(n\theta)$ | $\cos(n\theta)+isin(n\theta)$ | $\cos(n\theta)-isin(n\theta)$ | $(-1)^n\cos(n\theta-isin(n\theta)$ |
| 20 | Le nombre de façons de distribuer trois cadeaux distincts à trois enfants distincts est : | $C_3^3$ | 3! | 9 | $3^3$ |

# MATHÉMATIQUES

## 2006/Nombres complexes, équations différentielles et jeu de dé

1) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $z^2 - 2z + 2 = 0$

On désigne par $z_1$ la solution de (E) dont la partie imaginaire est positive et par $z_2$ l'autre solution de (E).

b) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal $(o, \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_1$ , $z_2$ et $\sqrt{3}+1$. Placer les points A,B et C.

Démontrer que le triangle ABC est équilatéral.

2) Résoudre l'équation différentielle : $y'' - 2y' + 2y = 0$.

3) On considère l'équation différentielle (1) $ay'' - by' + cy = 0$ où a, b et c désignent trois paramètres, éléments de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Pour déterminer a, b et c, on lance trois fois de suite un dé cubique parfaitement équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on note à chaque fois le chiffre marqué sur la face supérieure du dé.

Le premier numéro sorti donne la valeur de a, le deuxième donne la valeur de b et le troisième, celle de c.

a) Justifier que l'équation différentielle : $ay'' - by' + c = 0$. a pour solutions les fonctions de la forme , $x \mapsto (A\cos x + B\sin x)e^x$ où A et B sont des réel si et seulement si $1+i$ est solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation du second degre en z, $az^2 - bz + c = 0$.

b) Calculer la probabilité de l'événement : les solutions de (1) sont les fonctions de la forme , $x \mapsto (A\cos x + B\sin x)e^x$ A et B étant des constantes réelles.

## 2005Calcul de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ : $z^3 = 1$

2) a) Développer $\left(\sqrt{2} - i\sqrt{2}\right)^3$

$z^3 = 4\sqrt{2}(-1-i)$

b) Soit l'équation E :

En posant, $u = \dfrac{z}{\sqrt{2} - i\sqrt{2}}$ déterminer sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique les racines de l'équation E.

3) En déduire les valeurs exactes de $\cos\dfrac{5\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{5\pi}{12}$

## 2006 : Etude de fonction et calcul d'aire

I. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x(1 + e^{2-x})$.

On note $(C)$ sa courbe représentation dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$. (Unité : 2 cm).

1) Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = 1 + (1 - x)e^{2-x}$.

a) Etudier les variations de h (on ne déterminera pas de limites aux bornes de $D_h$ ).

b) En déduire le signe de $h(x)$ sur $\mathbb{R}$

2) a) Etudier les limites de $f$ en $+\infty$ et $-\infty$.

b) Préciser la nature de la branche infinie de $f$ en $-\infty$.

c) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - x]$, puis interpréter le résultat obtenu.

d) Préciser la position de $(C)$ par rapport à la droite $\Delta : y = x$.

3) a) Dresser le tableau de variation de. $f$

b) Montrer que f admet une bijection réciproque notée $f^{-1}$ définie sur $\mathbb{R}$

c) $f^{-1}$ est elle dérivable en 4 ?

d) Etudier la position de $(C)$ par rapport à sa tangente au point d'abcisse 2.

e) Construire $(C)$ (On tracera la tangente à $(C)$ au point d'abscisse 2.

f) Construire $(C)$ courbe de $f^{-1}$ dans le repère précédent.

II. Soit $\lambda$ un réel strictement positif. $R_\lambda$ est la région du plan délimitée par les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \lambda$ et les courbes d'équations respectives : $y = f(x)$ et $y = x$.

$a(\lambda)$ $R_\lambda$

Soit l'aire de en cm²

1) Calculer $a(\lambda)$ en fonction de $\lambda$

2) Déterminer $a = \lim_{x \to +\infty} a(\lambda)$ .Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

# 2005 : Etude de fonction et bijection

PARTIE A

Soit f la fonction de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x)$

1) a) Etudier les variations de f.

b) Montrer que $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - 1 + x] = 0$

Que peut-on en déduire pour la courbe représentative de f ? Tracer cette courbe (Unité : 2 cm).

c) Montrer que f réalise une bijection de $]-\infty, +\infty[$ sur $]-\infty, 0[$

2) soit g la fonction de la variable réelle x définie par : $g(x) = e^{-x}\ln(1+e^x)$.

a) démontrer que g est dérivable sur $\mathbb{R}$

b) Montrer que quel que soit le réel x, $g\prime(x) = e^{-x}.f(x)$

c) Montrer que $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 0$ et $\lim_{x \to -\infty} g(x) = 1$

d) Etudier les variations de g et tracer sa courbe représentative dans le repère précédent.

3) a) Montrer que $\frac{1}{1+e^x} = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$

b) A tout réel $\lambda$ , on associe le réel $I(\lambda) = \int_0^\lambda g(x)dx$ . Justifier l'existence de $I(\lambda)$. Calculer $I(\lambda)$ à l'aide d'une intégration par parties.

c) Calculer $\lim_{\lambda \to +\infty} I(\lambda)$.

PARTIE B

1) Montrer que g est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un intervalle $J$ à préciser.

2) a) Calculer $g(0)$

b) Montrer que $g^{-1}$ est dérivable au point $ln2$ .

$C_{g-1}$ $ln2$

c) Déterminer l'équation de la tangente à au point d'abscisse .

# PROBABILITE

## 2004/ Variable aléatoire

Un porte-monnaie contient quatre pièces de 500 F CFA et six pièces de 200 F CFA. Un enfant tire au hasard et simultanément 3 pièces de ce porte-monnaie.

1) Calculer la probabilité de l'évènement A :"tirer trois pièces de 500 F".

2) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de pièces de 500 F figurant parmi les trois pièces tirées.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique et l'écart-type de X.

3) L'enfant répète cinq fois l'expérience en mettant chaque fois les trois pièces tirées dans le porte-monnaie.

Quelle est la probabilité que l'événement A se réalise trois fois à l'issue des cinq tirages ?

# STATISTIQUE

2005/ Statistiques à deux variables

Une entreprise a mis au point un nouveau produit et cherche à fixer le prix de vente. Une enquête est réalisée auprès des clients potentiels ; les résultats sont donnés dans le tableau suivant où $y_i$ représente le nombre d'exemplaires du point que les clients sont disposés à acheter si le prix de vente exprimé en milliers de francs, est $x_i$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 | 200 |
| $y_i$ | 952 | 805 | 630 | 522 | 510 | 324 | 205 | 84 |

On appelle $x$ la variable statistique dont les valeurs sont $x_i$ et $y$ celle dont les valeurs sont les $y_i$

1) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de $y$ et $x$. La valeur trouvée justifie-t-elle la recherche d'un ajustement linéaire ?

2) Déterminer l'équation de la droite de régression de $y$ en $x$.

3) Les frais de conception du produit se sont élevés à 28 millions de francs. Le prix de fabrication de chaque produit est de 25000 francs.

a) Déduire de la précédente question que le bénéfice $z$ en fonction du prix de vente $x$ est donné par l'égalité :

$$z = -5,95x^2 + 1426,25x - 59937,5$$

où $x$ et $z$ sont exprimés en milliers de francs.

b) Déterminer le prix de vente $x$ permettant de réaliser un bénéfice maximum et calculer ce bénéfice.

NB : Prendre 2 chiffres aprés la virgule sans arrondir.

Rappel : Bénéfice = Prix de vente – prix de revient.

2008 :

Les parties A et B sont indépendantes.

A- Une étude du service des transports donne la distance de freinage d'une voiture sur une route en bon état en fonction de sa vitesse.

| Vitesse en km/h: X | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Distance en m: Y | 8 | 12 | 18 | 24 | 32 | 40 | 48 | 58 | 72 |

On désigne par X la vitesse et par Y la distance de freinage.

1) Représenter le nuage de points. On prendra en abscisse 1 cm pour 10 kh/h et en ordonnée 1cm pour 5 m.
NB :On commencera en abscisse les graduations à partir de 40 km/h et en ordonnée les graduations à partir de 8 m.

2) Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X.

3) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire r. Avons-nous une bonne corrélation ?

4) a) On suppose que cette évolution se poursuit. Un automobiliste roulant à 150km/h entame un freinage à 85 m d'un obstacle immobile. Percutera-t-il l'obstacle ?

b) Quelle devra etre sa vitesse maximale au moment du freinage pour ne pas heurter l'obstacle ?

1) Calculer le coefficient de corrélation linéaire de $y$ et $x$. La valeur trouvée justifie-t-elle la recherche d'un ajustement linéaire ?

2) Déterminer l'équation de la droite de régression de $y$ en $x$.

3) Les frais de conception du produit se sont élevés à 28 millions de francs. Le prix de fabrication de chaque produit est de 25000 francs.

a) Déduire de la précédente question que le bénéfice $z$ en fonction du prix de vente $x$ est donné par l'égalité :

$$z = -5,95\,x^2 + 1426,25\,x - 59937,5$$

où $x$ et $z$ sont exprimés en milliers de francs.

b) Déterminer le prix de vente $x$ permettant de réaliser un bénéfice maximum et calculer ce bénéfice.

*NB* : Prendre 2 chiffres aprés la virgule sans arrondir.

*Rappel* : Bénéfice = Prix de vente – prix de revient.

2008 :

Les parties A et B sont indépendantes.

A- Une étude du service des transports donne la distance de freinage d'une voiture sur une route en bon état en fonction de sa vitesse.

| Vitesse en km/h: X | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Distance en m: Y | 8 | 12 | 18 | 24 | 32 | 40 | 48 | 58 | 72 |

On désigne par X la vitesse et par Y la distance de freinage.

1) Représenter le nuage de points. On prendra en abscisse 1 cm pour 10 kh/h et en ordonnée 1cm pour 5 m.
NB :On commencera en abscisse les graduations à partir de 40 km/h et en ordonnée les graduations à partir de 8 m.

2) Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X.

3) Déterminer le coefficient de corrélation linéaire r. Avons-nous une bonne corrélation ?

4) a) On suppose que cette évolution se poursuit. Un automobiliste roulant à 150km/h entame un freinage à 85 m d'un obstacle immobile. Percutera-t-il l'obstacle ?

b) Quelle devra etre sa vitesse maximale au moment du freinage pour ne pas heurter l'obstacle ?

B - Une autre étude sur les causes des accidents donne les résultats ci-contre.

| Type de transport : $Y$ / Cause des accidents : $X$ | Particuliers : $Y_1$ | Transporteurs en commun $Y_2$ |
|---|---|---|
| Accidents liés à l'excès de vitesse : $X_1$ | 440 | 360 |
| Accidents à cause mécanique : $X_2$ | 110 | 90 |

1) Déterminer l'effectif totale des accidents enregistrés lors de cette étude ?

2) Déterminer les fréquences conditionnelles $f_{y_2/x_1}$ et $f_{x_2/y_2}$

3) Déterminer les fréquences marginales $f_1$ et $f_2$

# CORRIGÉS

## MATHEMATIQUES

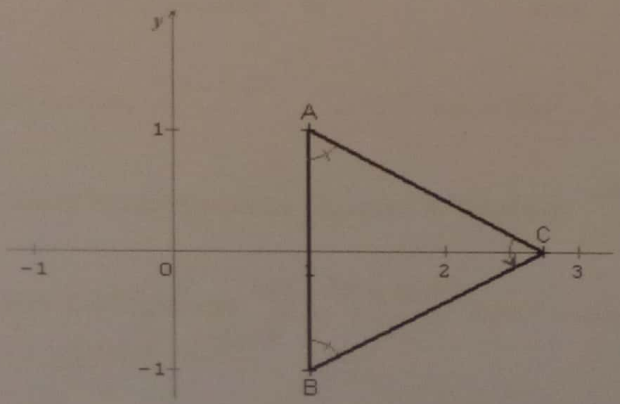
2006/Nombres complexes, équations différentielles et jeu de dé

1) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E) : z^2 - 2z + 2 = 0$

$z^2 - 2z + 2 = 0$ $\quad (z-1)^2 + 1 = 0$ $\quad (z-1)^2 - i^2 = 0$ $\quad (z-1+i)(z-1-i) = 0$

$z = 1 - i$ ou $z = 1 + i$ $\quad z_1 = 1 + i$ $\quad z_2 = 1 - i$

b)



**Concours D'entrée à la FASTEF EX ENS**

$CAB$ est isocèle en $C$ car $z_A = \overline{z_B}$ et $C \in (Ox)$

$(\widehat{\overline{CA}, \overline{CB}}) = \arg\left(\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}\right)$ $\quad \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{1-i-1-\sqrt{3}}{1+i-1-\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}-i}{-\sqrt{3}+i} = \frac{(\sqrt{3}+i)^2}{4}$

$\frac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = \frac{2+2i\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ ainsi ABC équilatéral.

2) $y'' - 2y' + 2y = 0$

$r^2 - 2r + 2 = 0$

l'équation caractéristique est

$\Delta' = 1 - 2 = -1 = i^2$ $\quad r_1 = 1 + i$

d'où $y(x) = (A\cos x + B\sin x)e^x$

3) On considère l'équation différentielle (1) : $ay'' - by' + cy = 0$, où a, b et c désignent trois paramètres, éléments de l'ensemble $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

a) Si $ay'' - by' + cy = 0$ a pour solutions les fonctions de la forme $x \to (A\cos x + B\sin x)e^x$ alors l'équation caractéristique $ar^2 - br + c = 0$ admet $1+i$ pour solution dans $\mathbb{C}$.

Réciproquement

Si $1+i$ est solution dans $\mathbb{C}$ de $az^2 - bz + c = 0$ alors $a(1+i)^2 - b(1+i) + c = 0$ $\quad -b + c + i(2a - b) = 0$

ce qui entraine $b = c = 2a$ $\quad \Delta = b^2 - 4ac = (2a)^2 - 8a^2 = -4a^2 < 0$

l'équation caractéristique de l'équation différentielle $ay'' - by' + cy = 0$ admet $1+i$ pour solution

l'équation différentielle $ay'' - by' + cy = 0$ a pour solution les fonctions de la forme $x \to (A\cos x + B\sin x)e^x$

b) Soit $(E)$ l'événement : les solutions de $(1)$ sont les fonctions de la forme $x = (A\cos x + B\sin x)e^{x}$, $A$ et $B$ étants des constantes réelles donc on a $b = c = 2a$

d'où $(E)$ est constitué de résultats de la forme $(a, 2a, 2a)$ $(E) = \{(1,2,2),(2,4,4),(3,6,6)\}$

or $Card\Omega = 6^3$ $p(E) = \frac{3}{6^3} = \frac{1}{72}$

05/ Corrigé : Calcul de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$

1) $z^3 - 1 = 0$ si et seulement si $(z-1)(z^2+z+1) = 0$

résolvons l'équation : $z^2 + z + 1 = 0$ $\Delta = 1 - 4 = -3 = (i\sqrt{3})^2$

donc $z = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ ou $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ d'où $z^3 - 1 = 0$ si et seulement si $z = 1$ ou $z = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ ou $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

2) a) Développons $(\sqrt{2} - i\sqrt{2})^3$

$$(\sqrt{2}-i\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2}-i\sqrt{2})(\sqrt{2}-i\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2}-i\sqrt{2})(-4i) = 4\sqrt{2}(-1-i)$$

b) $E$ $z^3 = 4\sqrt{2}(-1-i)$

on pose $u = \frac{z}{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}$ donc $z^3 = u^3(\sqrt{2}-i\sqrt{2})^3 = 4\sqrt{2}(-1-i)$

on en déduit que $u^3 = 1$ d'après 1) on a $u = 1$ ou $u = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ ou $u = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$

or $z = u(\sqrt{2}-i\sqrt{2})$ donc $z = (\sqrt{2}-i\sqrt{2})$ ou $z = (\sqrt{2}-i\sqrt{2})\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ ou

$z = (\sqrt{2} -$ $z = (\sqrt{2}-i\sqrt{2})$ $z = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2} + i\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ $z = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} + i\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

c'est à dire

b) Soit $(E)$ l'évènement : les solutions de $(1)$ sont les fonctions de la forme $x \mapsto (A\cos t + B\sin t)e^{t}$, $A$ et $B$ étants des constantes réelles donc on a $b = c = 2a$

d'où $(E)$ est constitué de résultats de la forme $(a, 2a, 2a)$ $(E) = \{(1,2,2),(2,4,4),(3,6,6)\}$

or $Card\Omega = 6^3$ $p(E) = \frac{3}{6^3} = \frac{1}{72}$

2005/ Corrigé : Calcul de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$

1) $z^3 - 1 = 0$ si et seulement si $(z-1)(z^2+z+1) = 0$

résolvons l'équation : $z^2 + z + 1 = 0$ $\Delta = 1 - 4 = -3 = (i\sqrt{3})^2$

donc $z = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ ou $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ d'où $z^3 - 1 = 0$ si et seulement si $z = 1$ ou $z = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ ou $z = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$

2) a) Développons $(\sqrt{2} - i\sqrt{2})^3$

$(\sqrt{2}-i\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2}-i\sqrt{2})(\sqrt{2}-i\sqrt{2})^2 = (\sqrt{2}-i\sqrt{2})(-4i) = 4\sqrt{2}(-1-i)$

b) $E$ $z^3 = 4\sqrt{2}(-1-i)$

on pose $u = \frac{z}{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}$ donc $z^3 = u^3(\sqrt{2}-i\sqrt{2})^3 = 4\sqrt{2}(-1-i)$

on en déduit que $u^3 = 1$ d'après 1) on a $u = 1$ ou $u = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ ou $u = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$

or $z = u(\sqrt{2}-i\sqrt{2})$ donc $z = (\sqrt{2}-i\sqrt{2})$ ou $z = (\sqrt{2}-i\sqrt{2})\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$ ou

$z = (\sqrt{2} -$ $z = (\sqrt{2}-i\sqrt{2})$ $z = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2} + i\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ $z = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} + i\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

c'est à dire

qui sont les racines de $E$ sous forme algébrique.

exprimons ces racines sous forme trigonométrique. on a $z = u(\sqrt{2} - i\sqrt{2}) = u \times 2(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}) = 2ue^{-i\frac{\pi}{4}}$

donc : pour $u = 1$, on obtient $z = 2e^{-i\frac{\pi}{4}}$ pour $u = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$, $z = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}e^{-i\frac{\pi}{4}} = 2e^{-i\frac{11\pi}{12}}$

pour $u = e^{i\frac{2\pi}{3}}$, $z = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}e^{-i\frac{\pi}{4}} = 2e^{i\frac{5\pi}{12}}$ d'où les racines de $E$ sous forme trigonométrique sont :

$2e^{-i\frac{\pi}{4}}$, $2e^{-i\frac{11\pi}{12}}$, $2e^{i\frac{5\pi}{12}}$

3) En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\sin\frac{5\pi}{12}$

on a eu $z = 2e^{i\frac{5\pi}{12}} = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2} + i\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ donc $e^{i\frac{5\pi}{12}} = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} + i\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

d'où $\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ $\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

2006/Etude de fonction et calcul d'aire

I. $f(x) = x(1 + e^{2-x})$

1) $h(x) = 1 + (1 - x)e^{2-x}$

a) $Dh = \mathbb{R}$

h est continue et dérivavle sur $\mathbb{R}$

$h'(x) = -e^{2-x} + (x-1)e^{2-x} = (x-2)e^{2-x}$

| $x$ | $-\infty$ | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $h$ | | $\searrow$ | 0 | $\nearrow$ | |

b)

$h(2)=1-e^{0}=0$ $h(x)>0$ , pour $x$ $\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$ $h(2)=0$

2) a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

b) $\frac{f(x)}{x}=1+e^{2-x}$ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=+\infty$ $(C)$ admet en $-\infty$ une branche parabolique de direction $(Oy)$

c) $f(x)-x=xe^{2-x}$ $f(x)-x=\frac{x}{e^{x}}\times e^{2}$ $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-x)=0$

d) $f(x)-x=xe^{2-x}$

| $x$ | $-\infty$ | | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)-x$ | | $-$ | 0 | $+$ | |

$x$ $\in]-\infty,0[$ , $(C)$ en dessous de $\Delta$ $x$ $\in]0,+\infty[$ , $(C)$ en dessus de $\Delta$ $(C)$ et $\Delta$ se coupent en l'origine $O$

3) a)

$f'(x)=1+e^{2-x}+x\left(-e^{2-x}\right)$

$f'(x)=1+(1-x)e^{2-x}=h(x)$

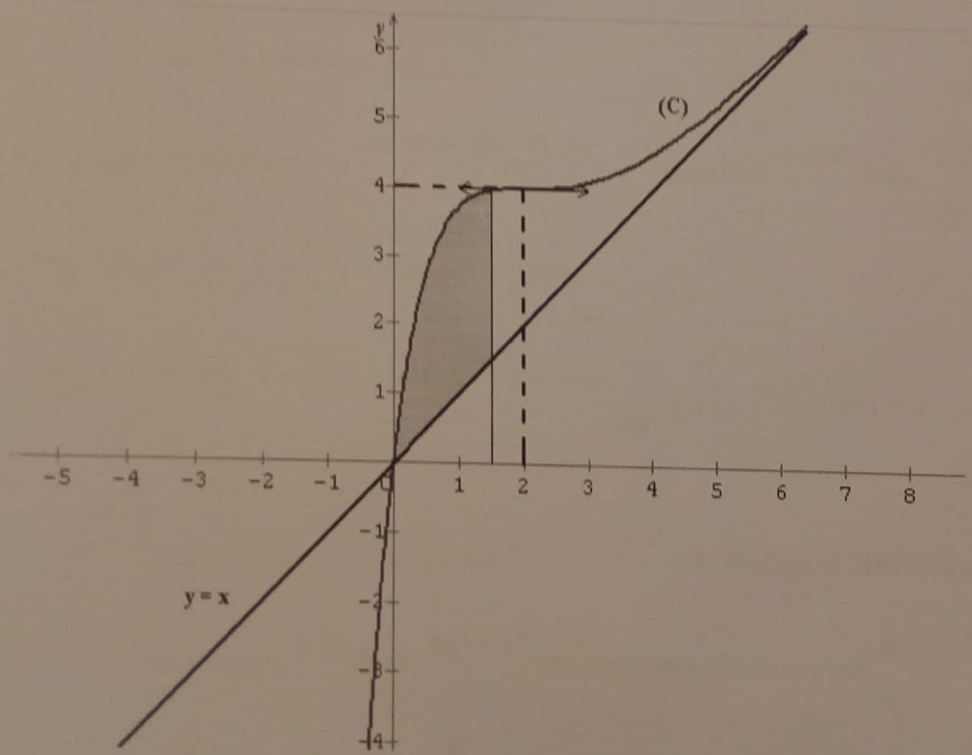
| $x$ | $-\infty$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

b) $f$ continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$ donc $f$ bijective de $\mathbb{R}$ sur lui même

c) $f(2)=4$ $f^{-1}(4)=2$ et $f'(2)=0$ \ donc $f^{-1}$ non dérivable en $4$.

d) $T: y=4$ pour $x \leqslant 2$, $f(x) \leq 4$ pour $x \geq 2$, $f(x) \geq 4$

e)




1.

$R_\lambda = \{M(x,y), 0 \leqslant x \leqslant \lambda et x \leqslant y \leqslant f(x)\}$ $a(\lambda) = \int_0^X (f(x)-x)\,dx$



Scanned by CamScanner

$a(\lambda) = 4\int_0^X xe^{2-x}\,dx$ $u = x$ $v = e^{2-x}$ $u' = 1$ $v' = -e^{2-x}$ $a(\lambda) = 4\left[\left[-xe^{2-x}\right]_0^X + \int_0^X e^{2-x}\,dx\right]$

$a(\lambda) = 4\left[-xe^{2-x} - e^{2-x}\right]_0^X$ $a(\lambda) = 4\left[(x+1)e^{2-x}\right]_X^0$ $a(\lambda) = 4e^2 - 4(X+1)e^{2-X}$

$a(\lambda) = 4e^2 - 4Xe^{2-X} - Xe^{2-X}$

2.

$a = \lim\limits_{\lambda \to -\infty} a(\lambda) = 4e^2 cm^2$

2005/Etude de fonction et bijection

**Partie A :** $f(x) = \dfrac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x)$

1) a) Etude des variations de f.

f(x) existe si et seulement si $1 + e^x \succ 0$ or $1 + e^x \succ 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ donc $D_f = \mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \left(\dfrac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x)\right) = 0$ car $e^x \to 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x)\right) = -\infty$ car $\dfrac{e^x}{1+e^x} \to 1$ et $\ln(1+e^x) \to +\infty$

$x \to \dfrac{e^x}{1+e^x}$ est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$ $x \to 1 + e^x$ est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$ et

$1 + e^x > 0$ pour tout x $\in \mathbb{R}$ donc $\ln(1+e^x)$ est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$

d'où f est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$ comme différence de deux fonctions continues et dérivables sur $\mathbb{R}$

$f'(x) = \dfrac{e^x(1+e^x) - e^x e^x}{(1+e^x)^2} - \dfrac{e^x}{1+e^x} = \dfrac{-e^{2x}}{(1+e^x)^2}$ $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) < 0$

donc f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

b) $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - 1 + x] = \lim_{x \to +\infty} \left[\frac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x) - 1 + x\right]$

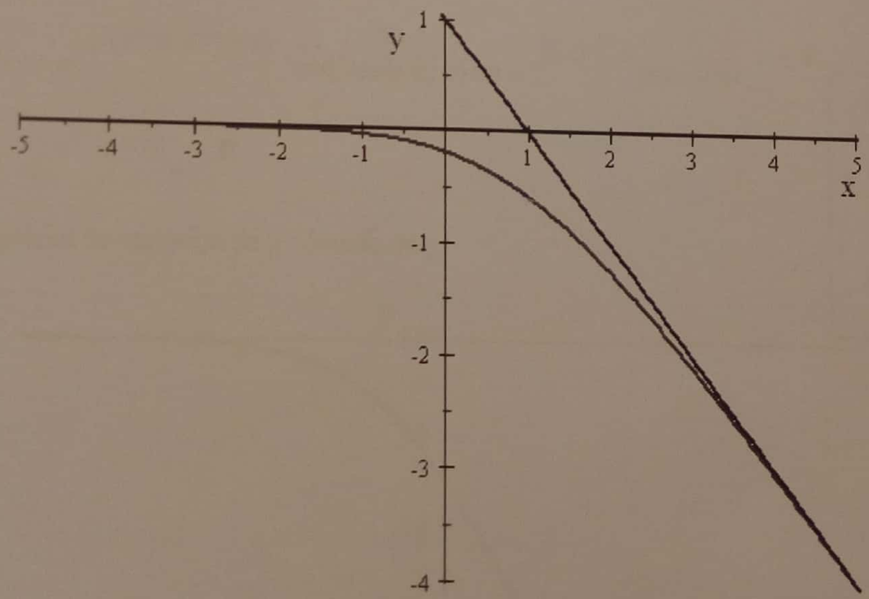
$= \lim_{x \to +\infty} \left[\frac{e^x}{1+e^x} - 1 + \ln e^x - \ln(1+e^x)\right] = \lim_{x \to +\infty} \left[\frac{e^x}{1+e^x} - 1 + \ln \frac{e^x}{1-e^x}\right] = 0$

on en déduit que la droite d'équation $y = 1 - x$ est asymptote à $(C)$ d en $+\infty$.

Courbe de f

Tableau de variation

| $x$ | $-\infty$ $\qquad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f'(x)$ | $-$ |
| $f$ | $0$ $\searrow$ $-\infty$ |




c) $f$ est continue strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

donc f réalise une bijection de $]-\infty, +\infty[$ sur l'image de $\mathbb{R}$ qui est égale à $]-\infty, 0[$

2) $g(x) = e^{-x}\ln(1+e^x)$ a) pour tout $x \in \mathbb{R}, 1 + e^x > 0$, donc $\ln(1+e^x)$ est définie d'où $D_g = \mathbb{R}$

la fonction $x \mapsto 1+e^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et strictement positive. donc $\ln(1+e^x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ or $e^{-x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ d'où g est dérivable sur $\mathbb{R}$ comme produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$

b) $g'(x) = -e^{-x}\ln(1+e^x) + e^{-x}\dfrac{e^x}{1+e^x}$ $g'(x) = e^{-x}\left[\dfrac{e^x}{1+e^x} - \ln(1+e^x)\right] = e^{-x}f(x)$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x}\ln(1+e^x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (1+e^{-x})\dfrac{\ln(1+e^x)}{1+e^x} = 0$

car $\dfrac{\ln(1+e^x)}{1+e^x} \to 0$ et $(1+e^{-x}) \to 1$

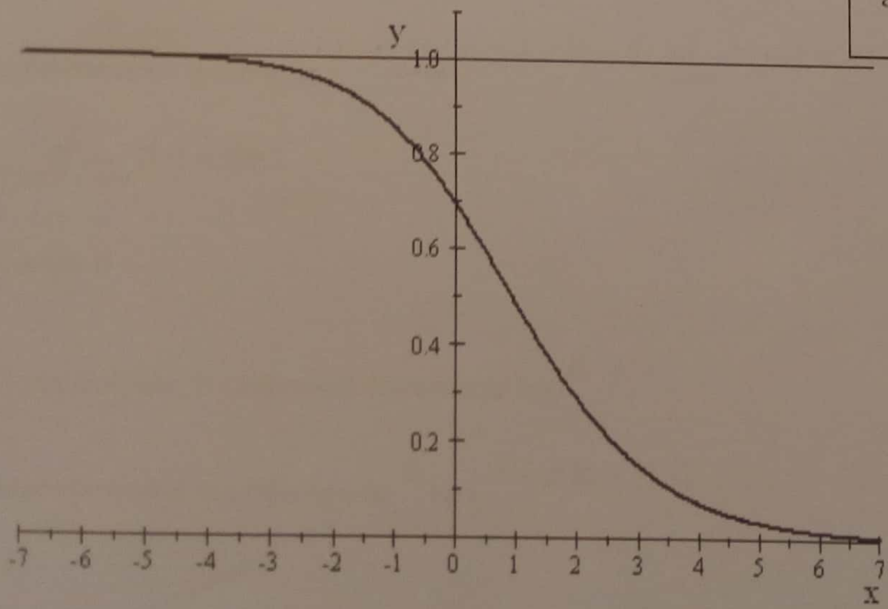
$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \lim e^{-x}\ln(1+e^x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\ln(1+e^x)}{e^x} = \lim\limits_{X\to 0} \dfrac{\ln(1+X)}{X} = 1$

d) on a $g'(x) = e^{-x}f(x)$ or d'après 2) c) on a $f(x) < 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

d'où $g'(x) < 0$ sur $\mathbb{R}$

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $g'(x)$ | $-$ | |
| $g$ | 1 ↘ | 0 |

tableau de variation de g : courbe de g :




3)

a) $\frac{1}{1+e^x} = \frac{e^{-x}}{e^{-x}(1+e^x)} = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ b) $\lambda \in \mathbb{R}, \quad I(\lambda) = \int_0^\lambda g(x)dx$

g est continue sur $[0, \lambda]$ donc $I(\lambda)$ existe $I(\lambda) = \int_0^\lambda g(x)dx = \int_0^\lambda e^{-x}\ln(1+e^x)dx$

on pose $u'(x) = e^{-x}$ et $v(x) = \ln(1+e^x)$

on obtient $u(x) = -e^{-x}$ et $v'(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$

donc $\int_0^\lambda e^{-x}\ln(1+e^x)dx = \left[-e^{-x}\ln(1+e^x)\right]_0^\lambda - \int_0^\lambda \frac{-e^{-x}e^x}{1+e^x}dx$

$= -e^{-\lambda}\ln(1+e^\lambda) + \ln 2 + \int_0^\lambda \frac{1}{1+e^x}dx$

$= -e^{-\lambda}\ln(1+e^\lambda) + \ln 2 + \int_0^\lambda \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}dx$=-$e^{-\lambda}\ln(1+e^\lambda) + \ln 2 - [\ln(1+e^x)]_0^\lambda$

$I(\lambda) = 2\ln 2 - \ln(1+e^{-\lambda}) - e^{-\lambda}\ln(1+e^\lambda)$

c) déterminons la limite de $I(\lambda)$ $\lim_{\lambda\to+\infty}\ln(1+e^{-\lambda}) = 0$ $\lim_{\lambda\to+\infty} e^{-\lambda}\ln(1+e^\lambda) = \lim_{\lambda\to+\infty} g(\lambda) = 0$

d'où $\lim_{\lambda\to+\infty} I(\lambda) = 2\ln 2$

**partie B :**

1) gest continue et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

donc elle réalise une bijection de $\mathbb{R}$ vers $J = g(\mathbb{R}) = ]0, 1[$

2)

a) $g(0) = e^0\ln(1+e^0) = \ln 2$

b) montrons que $g^{-1}$ est dérivable au point $\ln 2$.

$g$ est dérivable en 0 et $g'(0) \neq 0$ ($g'(x) < 0$ sur $\mathbb{R}$) alors $g^{-1}$ est dérivable au point $\ln 2 = g(0)$.

c) équation de la tangente à $C_{g^{-1}}$ au point d'abscisse $\ln 2$

$$y = (g^{-1})'(\ln 2)(x - \ln 2) + g^{-1}(\ln 2) \quad (g^{-1})'(\ln 2) = \frac{1}{g'(0)} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \ln 2} = \frac{2}{1 - 2\ln 2}$$

donc $y = \frac{2}{1 - 2\ln 2}(x - \ln 2) + 0 = \frac{2}{1 - 2\ln 2}(x - \ln 2)$ $y = \frac{2}{1 - 2\ln 2}(x - \ln 2)$

2005 :Statistiques à deux variables

Le tableau ci dessous $y_i$ représente le nombre d'exemplaires du produit que les clients sont disposés à acheter si le prix de vente, exprimé en milliers de francs est $x_i$

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | 60 | 80 | 100 | 120 | 140 | 160 | 180 | 200 |
| $y_i$ | 952 | 805 | 630 | 522 | 510 | 324 | 205 | 84 |

1) Calcul du coefficient de correlation linéaire

$$r = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{V(x)}\sqrt{V(y)}}$$

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{8} x_i}{8} = \frac{60 + 80 + 100 + 120 + 140 + 160 + 180 + 200}{8} = \frac{1040}{8} = 130$$

$$\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{8} y_i}{8} = \frac{952 + 805 + 630 + 522 + 510 + 324 + 205 + 84}{8} = \frac{4032}{8} = 504$$

$$V(x) = \frac{\sum_{i=1}^{8} x_i^2}{8} - \overline{x}^2 = \frac{152000}{8} - (130)^2 = 2100 \quad V(y) = \frac{\sum_{i=1}^{8} y_i^2}{8} - \overline{y}^2 = \frac{2637870}{8} - (504)^2 = 75717,75$$

$$cov(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^{8} x_i y_i}{8} - \overline{x}\overline{y} = \frac{424100}{8} - 130 \times 504 = -12507,5$$

d'où : $r = \dfrac{cov(x,y)}{\sqrt{V(x)}\sqrt{V(y)}} = \dfrac{-12507,5}{45,83 \times 275,17} = -0,99$ $\qquad r \simeq -1,$

donc la valeur trouvée justifie la recherche d'un ajustement linéaire.

2) équation de la droite de régression de y en x.

$y = ax + b$ , avec : $a = \dfrac{cov(x,y)}{V(x)} = \dfrac{-12507,5}{2100} = -5,95$

$b = \overline{y} - a\overline{x} = 504 - (-5,95)(130) = 1277,5$ $\; y = -5,95x + 1277,5$

3) Les frais de conception sont de $28000000$ F. le prix de fabrication de chaque produit est de $25000$ F.

a) $x$ est le prix de vente, donc y est le nombre d'exemplaires du produit.

le prix de vente est $yx = (-5,95x + 1277,5)x$ en milliers de francs

le prix de revient est $25000y + 28000000 = 25y + 28000$ en milliers de francs.

donc $z = (-5,95x + 1277,5)x - 25y - 28000$

$z = (-5,95x + 1277,5)x - 25(-5,95x + 1277,5) - 28000$

$z = -5,95x^2 + 1426,25x - 59937,5$

b) Déterminons le prix de vente $x$ permettant de réaliser un bénéfice maximum.

on a $z(x) = -5,95x^2 + 1426,25x - 59937,5$

$z$ est une fonction continue et dérivable en $x$ sur $\mathbb{R}$ et : $z'(x) = -11,9x + 1426,25$

$z'(x) = 0$ si $x = 119,85$ on voit ainsi que $z$ atteint son maximum pour $x = 119,85$ en milliers de francs.

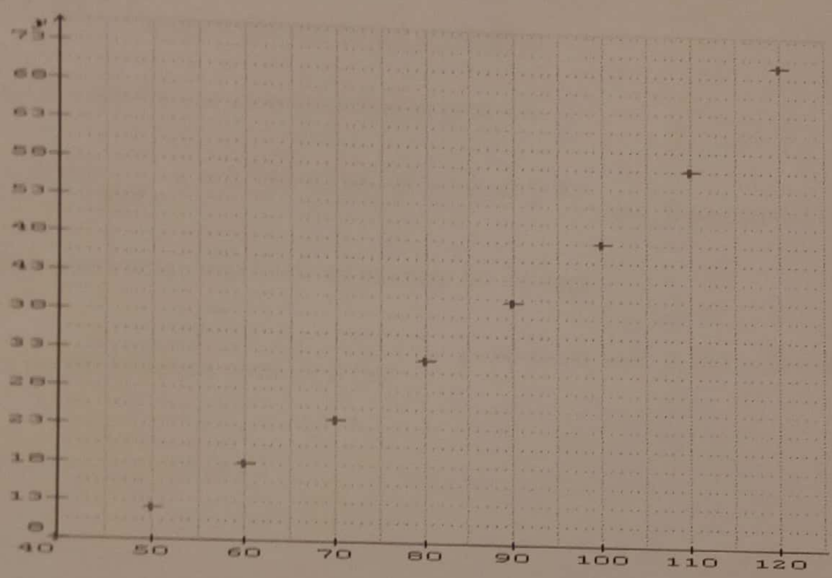
donc le prix de vente permettant de réaliser un bénéfice maximum est $x = 119\,850$ F.

$(119,85) = -5,95(119,85)^2 + 1426,25(119,85) - 59937,5 = 25532,628$ en milliers de francs

D'où le bénéfice maximum est $25\,532\,628$ F

**2008** :Statistiques

1) nuage de points




2)

| $x_i$ | $y_i$ | $x_i^2$ | $y_i^2$ | $x_i y_i$ |
|---|---|---|---|---|
| 40 | 8 | 1600 | 64 | 320 |
| 50 | 12 | 2500 | 144 | 600 |
| 60 | 18 | 3600 | 324 | 1080 |
| 70 | 24 | 4900 | 576 | 1680 |
| 80 | 32 | 6400 | 1024 | 2560 |
| 90 | 40 | 8100 | 1600 | 3600 |
| 100 | 48 | 10000 | 2304 | 4800 |
| 110 | 58 | 12100 | 3364 | 6380 |
| 120 | 72 | 14400 | 5184 | 8640 |
| 720 | 312 | 63600 | 14584 | 29660 |

Equation de la droite de regression

$y = ax + b$ avec $a = \frac{cov(x,y)}{V(x)} = \frac{522,22}{666,67} = 0,783$ $b = \overline{y} - a\overline{x} = 34,6 - 0,783 \times 80 = -28$

d'où $Y = 0,783x - 28$

3) Déterminons le coefficient de corrélation $r$

$$r = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{V(x)}\sqrt{V(y)}} = \frac{522,22}{25,82 \times 20,46} = 0,988$$

$r = 0,988 \simeq 1$ Nous avons une bonne corrélation

4) a) On suppose que cette évolution se poursuit

Si $x = 150$ alors $y = 0,783 \times 150 - 28 = 89,45 \geq 85$ oui, il percutera l'obstacle

b) Soit x sa vitesse maximale au moment du freinage.

Pour ne pas heurter l'obstacle il faut $y<85$ $y<85 \implies 0,783x - 28 < 85 \implies 0,783x < 85 + 28$

$$\implies x < \frac{113}{0,783} = 144,32$$

B)

| | $Y_1$ | $Y_2$ | totaux |
|---|---|---|---|
| $X_1$ | $n_{11} = 440$ | $n_{12} = 360$ | $n_{1\bullet} = 800$ |
| $X_2$ | $n_{12} = 110$ | $n_{22} = 90$ | $n_{2\bullet} = 200$ |
| totaux | $n_{\bullet 1} = 550$ | $n_{\bullet 2} = 450$ | N=1000 |

1) l'effectif total des accidents enregistré lors de cette étude est :

$N = 440 + 360 + 110 + 90 = 1000$

2) fréquences conditionnelles

$$f_{y_2/x_1} = \frac{n_{12}}{n_{1\circ}} = \frac{360}{800} = \frac{45}{100} = 45\% \quad f_{x_2/y_2} = \frac{n_{22}}{n_{\circ 2}} = \frac{90}{450} = \frac{1}{5} = 20\%$$

3) fréquences marginales $f_{\circ 1} = \frac{n_{\circ 1}}{N} = \frac{550}{1000} = 55\%$ $f_{2\circ} = \frac{n_{2\circ}}{N} = \frac{200}{1000} = 20\%$

# EPREUVES

## CHIMIE

2006/ exo 2 4 points

2.1 On fabrique 100 mL d'une solution d'acide chlorhydrique 0,05 mol.L$^{-1}$ par dilution d'un volume V, de solution chlorhydrique de concentration molaire 1 mol.L$^{-1}$. Déterminer le volume $V_1$ et expliquer brièvement comment on réalise pratiquement cette opération.**(0,5 point)**

2.2 La solution d'acide chlorhydrique 0,05 mol.L$^{-1}$ est ajoutée progressivement à 20 mL d'une solution aqueuse de monoéthylamine ($C_2H_5NH_2$) dans le but de doser celle-ci.

Un pH-mètre permet de suivre l'évolution du pH du mélange au cours de cette manipulation. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-après où $V_a$ représente le volume d'acide versé

| Va (mL) | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 36 | 38 | 40 | 43 | 45 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| pH | 11,8 | 11,4 | 11,1 | 10,9 | 10,7 | 10,5 | 10,2 | 9,8 | 9,7 | 9,3 | 6,1 | 2,7 | 2,4 | 2,1 |

2.2.1 Ecrire l'équation de la réaction de dosage.**(0,25 point)**

2.2.2 Tracer la courbe pH = f (Va).

On prendra comme échelles : en abscisses 1cm pour 4 mL, en ordonnées 1 cm pour une unité de pH.**(0,75 point)**

2.2.3 Déterminer les coordonnées du point équivalent par une méthode que l'on précisera

**(0,25 point)**

2.2.4 En déduire :

a) La concentration molaire $C_b$ de la solution de monoéthylamine.**(0,25 point)**

b) Le pKa du couple associé à la monéthhylarnine.**(0,25 point)**

2.3 Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces présentes dans le mélange lorsque le volume d'acide versé est de 30 mL. Retrouver la valeur du pKa à l'aide des valeurs trouvées. **(0,5 point)**

2.4 On désire préparer une solution tampon.

2.4.1 Qu'est ce qu'une solution tampon ? Quelles sont ses propriétés caractéristiques ? **(0,5 point)**

2.4.2 Préciser la manière d'obtenir 100 mL d'une solution tampon à partir de la solution de monoéthylamine précédente et de la solution d'acide chlorhydrique 0,05 mol.$L^{-1}$.**(0,75 point)**

2009 exo 1 4 points

Le transfert d'information lors de la communication entre les insectes, se fait par signaux chimiques entre individus d'espèces différentes ou de même espèce au moyen d'une substance (ou un mélange de substances) appelée phéromone. Ce phénomène est très courant chez les êtres vivants.

Un individu **a** secrète en quantité très faible de la phéromone à l'extérieur ; celle-ci est perçue par un individu **b** de la même espèce chez lequel elle provoque une réaction comportementale spécifique, voire une modification physiologique.

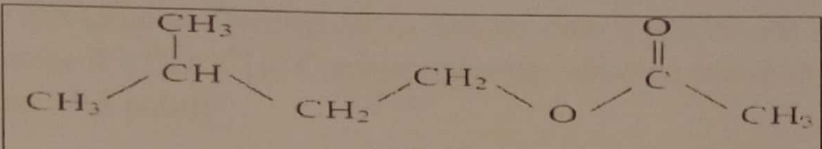
Le mot phéromone vient des mots grecs pherein (= transporter) et hormân (= exciter)

Certaines phéromones sont des signaux d'alarmes, d'autres permettent le marquage d'une piste, enfin certaines (attractives ou aphrodisiaques) attirent les insectes de sexe opposé en vue de la reproduction.

Voici quelques exemples de phéromones :

Phéromone d'alarme de l'abeille :

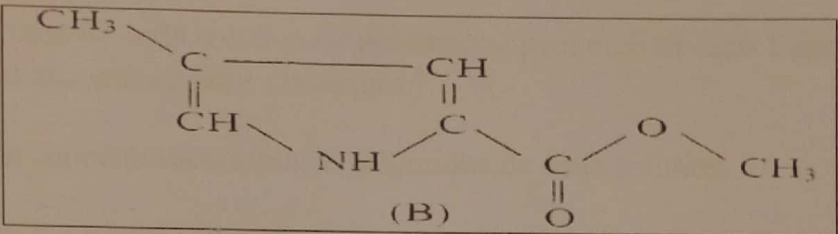
molécule A : $C_7H_{14}O_2$



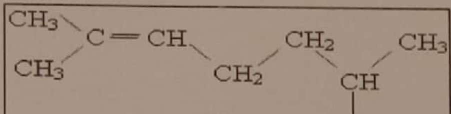
(A)

Phéromone de piste de fourmi coupeuse de feuille Atta Texana

molécule B : $C_7H_9O_2N$



(B)



(C)

Phéromone sexuelle d'un insecte nuisible pour les conifères :

molécule C : $C_8H_{16}O$

1.1 Reproduire sur la copie les molécules A et C. Entourer et nommer les groupes caractéristiques présents.**(0,5 point)**

1.2 La phéromone d'alarme A peut être synthétisée à partir d'un acide carboxylique et d'un alcool.

1.2.1 Ecrire les formules semi développées de l'acide et de l'alcool dont dérive A. Les nommer.**(0,5 point)**

1.2.2 Ecrire l'équation de la réaction associée à la transformation chimique de synthèse de la phéromone A. Comment nomme-t-on cette transformation ? Préciser ses caractéristiques. **(0,75 point)**

1.2.3 Avec quel catalyseur pourrait-on réaliser cette transformation chimique ? **(0,25point)**

1.3 A partir de quels dérivés d'acide carboxylique peut-on synthétiser A avec le même alcool ?

Indiquer les effets de ce changement de réactifs sur la transformation. **(0,5 point)**

1.4 On fait réagir une solution d'hydroxyde de sodium avec la phéromone B. Cette phéromone sera notée $R-COOCH_3$. Comment appelle-t-on cette transformation ? Préciser ses caractéristiques. **(0,5 point)**

1.5 Une solution de la molécule C de concentration massique $10^{-15} g.L^{-1}$ (appelée aussi sulcatrol car libérée par le Gnatotricus sulcatus) peut être utilisée par l'homme pour protéger les cultures des insectes nuisibles en les attirant soit loin des cultures que l'on veut protéger soit vers des pièges très sélectifs.

1.5.1. Quel avantage de cette solution de phéromone peut on tirer dans l'agriculture comparativement aux insecticides classiques ?

1.5.2. Calculer la concentration molaire volumique de cette solution.

C = 12 g/mol ; H = 1 g/mol ; O = 16 g/mol

2005 : exo 2 04 points

On étudie la cinétique de la réaction de l'eau oxygénée avec les ions iodures $I^-$.

L'équation bilan de la réaction s'écrit : $H_2O_2 + 2I^- + 2H^+ \longrightarrow 2H_2O + I_2$

A la date t = 0 seconde, on mélange une quantité connue d'eau oxygénée avec un excès d'une solution d'iodure de potassium acidifiée. Par une méthode appropriée, on détermine la concentration en eau oxygénée, $[H_2O_2]$, dans le milieu réactionnel à différentes dates t. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

| t(s) | 0 | 48 | 103 | 170 | 254 | 366 | 536 | 900 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $[H_2O_2]$ ($10^{-3}$ mol/L) | 3,2 | 2,8 | 2,4 | 2,1 | 1,6 | 1,2 | 0,8 | 0,4 |

2.1. La réaction étudiée est - elle une réaction d'oxydoréduction ? Justifier la réponse et préciser s'il s'agit d'une réaction d'oxydoréduction, les couples oxydant-réducteur en jeu, l'espèce réduite et l'espèce oxydée. **(01 point)**

2.2. Tracer le graphe $[H_2O_2] = f(t)$.

Echelle :1 cm pour 50 s ; 5 cm pour $10^{-3}$ mol/L. **(01 point)**

2.3. Définir la vitesse instantanée de transformation de l'eau oxygénée. Déterminer cette vitesse aux dates t = 0 s et t = 366 s. **(01 point)**

2.4. Comment évolue cette vitesse au cours du temps ? Quel est le facteur cinétique ainsi mis en évidence ? **(0,5 point)**

2.5. Les résultats précédents ont été obtenus à la température ambiante $\theta_1$. Expliquer comment on pourrait mettre en évidence expérimentalement l'influence de la température sur la vitesse de réaction. Ebaucher sur le même système d'axes que le précédent la courbe $[H_2O_2] = g(t)$ qu'on aurait obtenu à une température $\theta_2 > \theta_1$, toutes choses restant égales par ailleurs. **(0,5 point)**

2005 : exo 4 04,5 points

On étudie le mouvement d'une bille B en verre de rayon r, de masse m, tombant sans vitesse initiale da-- du glycérol. Sur la bille B e- mou $\vec{P}$ ment s'exercent son poids ou force de pesar $\vec{f}$ ur, la force de résistance du $\vec{F}$ uide et la poussée d'Archimède due également au $\vec{f}$ uide :

- la résistance est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille, et de valeur $f = 6\pi\eta r V$ ; relation où V représente la valeur de la vitesse instantanée de la bille, r son rayon et η une constante caractéristique du fluide (viscosité), $\vec{F}$
- la poussée d'Archimède est une force verticale dirigée de bas en haut dont l'intensité est égale au poids du fluide déplacé par la bille ; soit $F = \rho g V_{\alpha}$ On donne : accélération de la pesanteur : g = 9,8 m.s$^{-2}$ ; masse volumique du verre $\rho_{ver}$ = 2,45 g.cm$^{-3}$ ; masse volumique du glycérol $\rho$ = $V_{\alpha} = \frac{4\pi r^3}{3}$n$^{-3}$ ; viscosité du glycérol $\eta$ = 1,49 Pa.s
- volume d'une sphère de rayon r :

4.1. Représenter sur un schéma les forces appliquées à la bille à un instant où : $\vec{V}$ vitesse est . **(0,25 point)**

4.2. Montrer, par application de la deuxième loi de Newton dans un repère que l'on précisera, que l'équation différentielle du mouvement de la bille s'écrit :

$$\frac{dV}{dt} + \left(\frac{6\pi\eta r}{m}\right) V = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)$$ **(01 point)**

4.3. Montrer l'existence d'une vitesse limite. Préciser son expression en fonction de $\eta, r, \rho, \rho_{ver}$, g et m puis en fonction de $\eta, r, \rho, \rho_{ver}$ et g. **(0,75 point)**

4.4. Le graphique de la figure ci - dessous représente l'évolution au cours du temps de la vitesse de la bille B abandonnée sans vitesse initiale dans le glycérol.

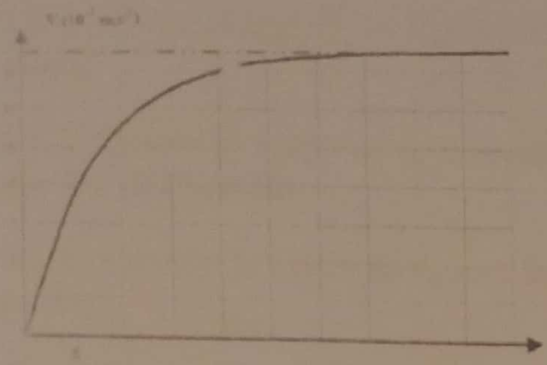


Figure 3

a. A partir du graphique, déterminer la valeur de la vitesse limite de la bille B. En déduire le rayon de la bille et sa masse **(0,75 point)**

b. Calculer la vitesse limite qu'atteindrait une bille en verre C de rayon 2 r abandonnée sans vitesse initiale dans le glycérol **(0,5 point)**

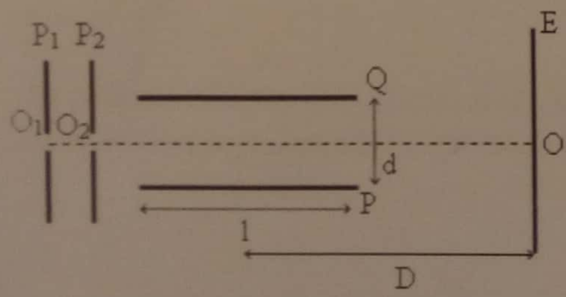
c. Au bout de combien de temps peut-on estimer que la bille B a atteint sa vitesse limite ? **(0,25point)**

5. Quelle serait la loi de variation de la vitesse de la bille B lâchée sans vitesse initiale dans le vide ? Recopier la figure 3 et ébaucher la courbe traduisant la variation de cette vitesse en fonction du temps. **(01 point)**

2006 : exo 5 4 points

Dans toute la suite on supposera que le mouvement des ions a lieu dans le vide et que leur poids est négligeable

5.1 : Des ions $Mg^{2+}$, sortant d'une chambre d'ionisation, pénètrent, avec une vitesse négligeable, par un trou $O_1$, dans l'espace compris entre deux plaques verticales $P_1$ et $P_2$. Lorsqu'on applique entre ces deux plaques une tension positive $U_0$, les ions atteignent le trou $O_2$ avec la vitesse $\vec{v}_0$.






Scanned by CamScanner

5.1.1 : Quelle plaque ($P_1$ ou $P_2$) doit-on porter au potentiel le plus élevé ? Pourquoi ? **(0,25 point)**

5.1.2 : Donner la valeur de $v_0$ en fonction de la charge q et de la masse m d'un ion, ainsi que $U_0$. **(0,25 point)**

5.1.3 : Calculer la valeur de $v_0$ pour les $^{24}_{12}Mg^{2+}$ dans le cas où $U_0 = 4000$ V. **(0,25 point)**

On prendra : m($^{24}_{12}Mg^{2+}$) = 24 u ; u = $1{,}67.10^{-27}$ kg ; e = $1{,}60.10^{-19}$ C.

5.2 : A la sortie de $O_2$, les ions ayant cette vitesse $\vec{v}_0$ horizontale pénètrent entre les armatures P et Q d'un condensateur. On applique entre ces armatures une différence de potentiel positive $U_{PQ}$ que l'on notera U, créant entre elles un champ électrique uniforme vertical orienté vers le haut.

5.2.1 : Préciser les caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis ; on exprimera son intensité en fonction de q, U et de la distance d entre les plaques P et Q. **(0,75 point)**

5.2.2 : Déterminer la nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur de ce condensateur lorsque U garde une valeur constante. **(0,5 point)**

5.2.3 : On dispose d'un écran vertical E à la distance D du centre des plaques de longueur l, trouver en fonction de q, m, U, $v_0$, l, D et d, l'expression de la distance z = OM, M étant le point d'impact d'un ion sur l'écran. La distance OM dépendra t-elle des caractéristiques des ions positifs utilisés ? (On admet que la tangente à la trajectoire au point de sortie S du condensateur passe par le milieu de celui-ci). **(0,75 point)**

5.2.4 : Calculer la durée de la traversée du condensateur dans le cas où l =10 cm. **(0,5 point)**

5.2.5 : On applique entre P et Q une tension sinusoïdale $u = U_{max}.\sin \omega t$, de fréquence f = 50 Hz.Montrer qu'avec un pinceau d'ions $^{24}_{12}Mg^{2+}$, on obtient sur l'écran E un segment de droite verticale, dont on calculera la longueur dans le cas où $U_{max}$ = 230 V, D = 40 cm, d = 4 cm.

(On peut considérer que, durant toute la traversée du condensateur, chaque ion est soumis à une tension pratiquement constante).**(0,75 point)**

2005 : exo 3 04 points

Afin d'étudier la charge et la décharge d'un condensateur, on réalise le circuit ci-dessous (figure 1).

* GBF est un générateur basse fréquence délivrant une tension rectangulaire ;

*R est un conducteur ohmique de résistance R=200 Ω ;

* C est un condensateur de capacité C .

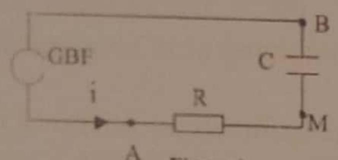



Figure 1

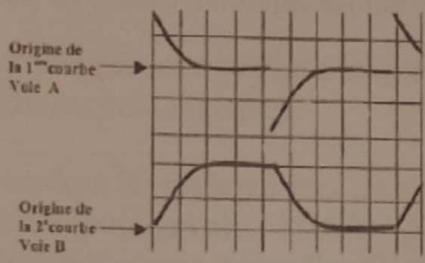



Figure 2

Grâce à un oscilloscope électronique, on obtient l'oscillogramme de la figure 2. Afin de mieux distinguer chacune des courbes, l'une a été décalée vers le haut et l'autre vers le bas. Les réglages de l'oscilloscope sont précisés ci-après :

- base de temps : 0,5 ms/div ;
- sensibilité verticale de la voie A et de la voie B : 2 V/div
- entrée B inversée. 3.1 :

3.1.1 : Quelles sont les courbes qui représentent la tension $U_{AM}$ aux bornes du conducteur ohmique et la tension $U_{BM}$ aux bornes du condensateur ? Justifier les réponses. **(01 point)**

3.1.2 : En déduire celle qui permet de connaître les variations de l'intensité i du courant en fonction du temps. **(0,25 point)**

3.1.3 : A quoi correspondent les deux parties de chaque courbe ? Justifier les réponses. **(01 point)**

3.2. Déterminer les grandeurs suivantes :

a) la fréquence f du générateur. **(0,25 point)**

b) la tension maximale aux bornes du condensateur. **(0,25 point)**

c) la tension maximale aux bornes du conducteur ohmique. **(0,25 point)**

d) la valeur maximale $I_{max}$ de l'intensité du courant de charge. **(0,25 point)**

3.3. Pour les mêmes réglages du GBF et de l'oscilloscope on augmente la valeur de la résistance R. Les grandeurs f et $I_{max}$ sont-elles modifiées ? Si oui, dans quel sens et pourquoi ? Sinon pourquoi ? **(0,75 point)**

2006 : exo 3 4 points

On considère un dipôle (D) de nature inconnue monté en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 100\ \Omega$ et une génératrice basse fréquence de tension sinusoïdale dont la fréquence et la tension efficace sont réglables.

On utilise un oscillographe dont les réglages sont les suivants : balayage horizontal ($5.10^{-2}$ ms / div), déviation verticale (pour la voie 1 : 0,5 V / div ; pour la voie 2 : 1 V / div) On reproduit une photographie de l'écran lorsque l'oscillographe est branché selon le schéma ci-dessous, (voir figures 1 et 2)

3.1 En déduire :

3.1.1 la fréquence de la tension sinusoïdale **(0,25 point)**

3.1.2 les valeurs efficaces de l'intensité instantanée i(t) qui traverse le circuit et de la tension instantanée $u_{CA}(t)$ aux bornes du générateur **(0,5 point)**

3.1.3 le déphasage cp de la tension $u_{CA}(t)$ par rapport à l'intensité i(t). Préciser s'il y'a avance ou retard de $u_{CA}(t)$ par rapport à i(t). **(0,75 point)**

3.1.4 On envisage pour (D) certaines hypothèses :

(D) est un conducteur ohmique,

(D) est une bobine de résistance r et d'auto inductance L,

(D) est un condensateur,

(D) est une bobine de résistance r et d'auto inductance L en série avec un condensateur de capacité C. Sans calcul et en justifiant les réponses, éliminer les hypothèses non vraisemblables.**(0,75 point)**

3.2 La tension aux bornes du générateur étant maintenue constante à la valeur U0 = 12V, on fait varier la fréquence et on relève à chaque fois la valeur de l'intensité efficace.

Pour une fréquence $N_0 = 2150$ Hz, on constate que l'intensité efficace passe par un maximum de valeur $I_0 = 107$ mA.

3.2.1 Quelle est la nature du dipôle (D) ? Justifier la réponse. **(0,5 point)**

3.2.2 En déduire toutes les valeurs numériques qui le caractérisent. **(01,25 point)**

2011 : exo 5 03,5 points

Masse des noyaux :

Uranium 235 : m(U) = 235,120 u

Xénon 140 : m(X$^e$) = 138,955 u

Strontium 94 : m(Sr) = 94,945 u

Masse du neutron : $m_n = 1,008$ u

1 u = $1,6605.10^{-27}$ kg

1 eV = $1,6.10^{-19}$ J

| Nom de l'élément | Iode | Xénon | Césium | Baryum | Lanthane |
|---|---|---|---|---|---|
| Symbole | I | X$^e$ | Cs | Ba | La |
| Numéro atomique | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 |

Célérité de la lumière dans le vide : c = $3,00.10^8$ m.s$^{-1}$.

Dans une centrale nucléaire, une des réactions possibles est représentée par l'équation :

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{x}_{54}Xe + ^{94}_{y}Sr + 2\,^{1}_{0}n$$

5.1 : Définir une réaction de fission nucléaire.**(0,5 point)**

5.2 : Calculer les valeurs de x et de y en précisant les règles utilisées.**(0,5 point)**

5.3 : Calculer en MeV l'énergie libérée lors de la fission d'un noyau d'uranium $^{235}_{92}U$. **(0,75 point)**

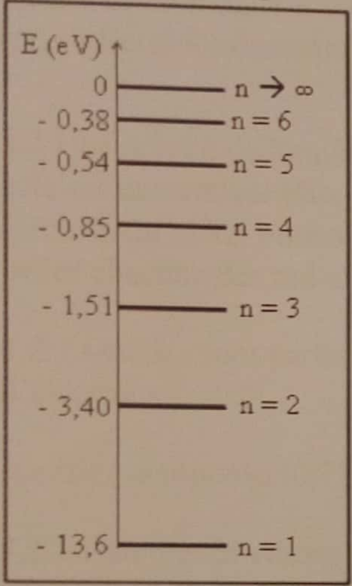
5.4 : Sachant que 30% de l'énergie libérée par noyau sont transformés en énergie électrique, calculer en kg la consommation journalière d'uranium d'une centrale qui fournit $1,5.10^8$ MJ par jour. On suppose qu'au niveau du réacteur toutes les réactions nucléaires sont identiques à la réaction précédente. **(0,75 point)**

5.5 : Les produits de fission sont radioactifs et se transforment en d'autres produits, eux-mêmes radioactifs. Parmi ces déchets on trouve le césium 137 radioactif $\beta^-$.

5.5.1 : Écrire l'équation de la désintégration d'un noyau de césium 137.**(0,5 point)**

5.5.2 : La demi-vie $t_{1/2}$ du césium est égale à 30 ans. Calculer sa constante radioactive $\lambda$, et donner sa signification physique. **(0,5 point)**

**2006** : exo 4 4 points




4.1 Dans la théorie de Bohr de l'atome d'hydrogène, les énergies des différents niveaux sont données par la formule $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ (en eV) ; n est un nombre entier positif

Le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène contient les raies visibles :

(orangée) : $\lambda_1 = 656,3$ nm ;

(bleue) $\lambda_2 = 486,1$ nm ;

(indigo) : $\lambda_3 = 434,1$ nm.

On donne les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène dans le diagramme énergétique simplifié ci-contre :

4.1.1 Quel est le niveau correspondant à l'état fondamental ? **(0,25 point)**

4.1.2 Calculer, en eV, l'énergie d'un photon des radiations lumineuses de longueur d'onde $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$. **(0,5 point)**

4.1.3 Montrer que chacune de ces trois raies correspond à une transition d'un niveau excité, que l'on précisera, au niveau n = 2. **(0,75 point)**

4.1.4 Quelle est l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ? **(0,5 point)**

Quelle est la longueur d'onde correspondant à l'ionisation de l'atome d'hydrogène (pris à l'état fondamental) ? **(0,25 point)**

4.2 Une source de lumière composée de ces trois radiations $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$ est utilisée pour éclairer une cellule photoélectrique au potassium. L'énergie d'extraction d'un électron du métal potassium est $W_0 = 2,2$ eV. A l'aide de filtres appropriés on peut isoler chacune des radiations précédentes pour étudier leur effet.

4.2.1 Quelles sont parmi ces trois radiations celles qui provoquent une émission d'électrons ?

Justifier la réponse.**(0,75 point)**

4,2.2 Calculer la vitesse maximale d'émission des électrons pour chacun des cas où l'émission est possible.**(01 point)**

Données numériques : 1 eV = $1.6.10^{-19}$ J ; constante de Planck : h = $6.62.10^{-34}$ J.s célérité de la lumière dans le vide : c = $3.10^{8}$m.s$^{-1}$ ; masse de l'électron : m = $9.1.10^{-31}$ kg.

# CORRIGÉS

## CHIMIE

2006 : exo 2

2.1. Détermination du volume $V_1$ de la solution à doser

Les solutions finale et initiale renferme le même nombre de mole d'acide

$n_1 = n_a \Rightarrow C_1 V_1 = C_a V_a \Rightarrow V_1 = \frac{C_a V_a}{C_1}$

A.N : $C_a = 5 \times 10^{-2}$ mol/L $V_a = 100$ mL $C_1 = 1$ mol/L $V_1 = 5 \times 10^{-3}$ L

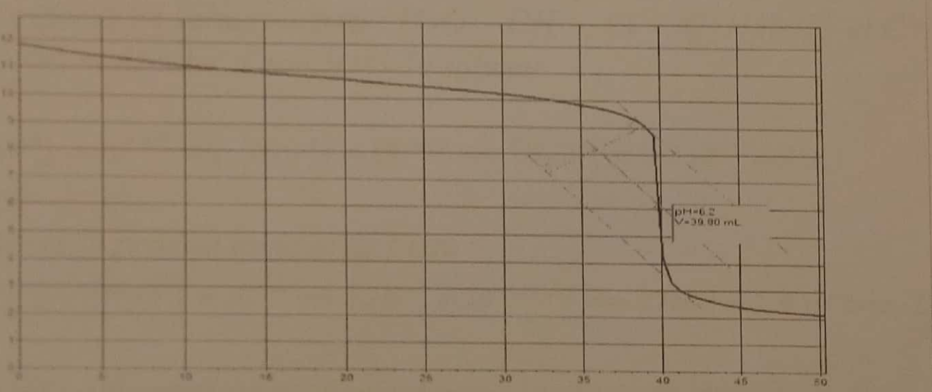
Pour réaliser cette dilution ; on prélève, à l'aide d'une *pipette de 5mL, le volume $V_1$ qu'on place dans une fiole jaugée de 100ml,*

*puis on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge. On ferme la fiole et on agite pour homogénéiser.*

*2.2.1 Equation de la réaction de dosage :*

$C_2H_5NH_2 + H_3O^+ \longrightarrow C_2H_5NH_3^+ + H_2O$

*2.2.2. Courbe pH = f(Va)*




*2.2.3. Détermination des coordonnées du point équivalent.*

*La méthode utilisée est celle des tangentes parallèles et les résultats obtenus sont :*

$E \begin{pmatrix} pH_E = 6,2 \\ v_{aE} = 39,5mL \end{pmatrix}$

*2.2.4. a) Concentration molaire de la solution de monoéthylamine*

*D'après l'équation bilan, à l'é quivalence* $n(H_3O^+) = n(C_2H_5NH_2) \Rightarrow C_b V_b = C_a$

$V_{aE} \Longrightarrow C_b = \frac{C_a V_{aE}}{V_b}$

*A.N : $C_a = 5 \times 10^{-2}$ mol/L $v_{aE} = 39,5$ mL $V_b = 20$ mL d'où $Cb = 10^{-1}$ mol/L*

*b) $pK_A$ du couple associé à la 36ono éthylamine*

*La valeur du $pK_A$ est égale à la valeur du pH du mélange à la demi-équivalence après lorsqu'on a ajouté un volume*

*d'acide $V_K = \frac{v_{aE}}{2} = 19,75$ mL D'après la courbe de dosage $pH_K = pK_A = 10,7$*

*2.3. Calcul des concentrations molaires volumiques des espèces pré sentes dans le mélange lorsqu'on a versé 30 mL d'acide.*

*Lorsque $v_A = 30$ mL le pH = 10,2*

*Les espèces en solutions sont : $H_3O^+$, $OH^-$, $Cl^-$, $C_2H_5NH_3^+$ et $C_2H_5NH_2$ en plus des molécules d'eau $H_2O$ du solvant*

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} \Longrightarrow [H_3O^+] = 10^{-10,2} \Longrightarrow [H_3O^+] = 6,3\ 10^{-11} mol/L$$

*D'après le produit ionique de l'eau :*

$$[OH^-] \times [H_3O^+] = 10^{-14} \Longrightarrow [OH^-] = 10^{-14+10,2} \Longrightarrow [OH^-] = 1,6\ 10^{-4} mol/L$$

*Les ions chlorures ne participent pas à la réaction, leur concentration correspond à celle d'une diltution des ions chlorures*

$$[Cl^-] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_b} \Longrightarrow [Cl^-] = \frac{5.10^{-2} \times 30}{30 + 20} \Longrightarrow [Cl^-] = 3,0\ 10^{-2} mol/L$$

*D'après l'équation d'électroneutralité de la solution :*

$$[C_2H_5NH_3^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + [Cl^-]$$

$[C_2H_5NH_3^+] = [OH^-] + [Cl^-] - [H_3O^+]$ or $[H_3O^+] \ll$ left$|OH^-$ et $[OH^-] \ll [Cl^-] \Longrightarrow [C_2H_5NH_3^+] = 3,0\ 10^{-2} mol/L$

*D'après l'équation de conservation de matière :*

$$C_b = [C_2H_5NH_2] + [C_2H_5NH_2]_{r\hat{A}©agi} \Longrightarrow [C_2H_5NH_2] = C_b - [C_2H_5NH_2]_{r\hat{A}©agi}$$

$C_b$ *est la concentration initiale de base dans le mé lange*

*or* $[C_2H_5NH_2]_{r\hat{A}©agi} = [C_2H_5NH_3^+] = [OH^-] + [Cl^-] - [H_3O^+]$ $et = C_b = \dfrac{C_bV_b}{V_a + V_b}$

*Donc* $[C_2H_5NH_2] = \dfrac{C_bV_b}{V_a + V_b} - [OH^-] - [Cl^-] + [H_3O^+]$ $or$ $[Cl^-] = \dfrac{C_aV_a}{V_a + V_b}$

$$[C_2H_5NH_2] = \frac{C_bV_b}{V_a + V_b} - [OH^-] - \frac{C_aV_a}{V_a + V_b} + [H_3O^+] \Longrightarrow [C_2H_5NH_2] = \frac{C_bV_b - C_aV_a}{V_a + V_b} - [OH^-] + [H_3O^+]$$

$$or\ [H_3O^+] << [OH^-] \Longrightarrow [C_2H_5NH_2] = \frac{C_bV_b - C_aV_a}{V_a + V_b} - [OH^-]$$

$$[C_2H_5NH_2] = \frac{9,875 \times 20 - 5.10^{-2} \times 30}{50} - 1,6.10^{-4} \Longrightarrow [C_2H_5NH_2] = 9,5.10^{-2} mol/L$$

*Valeuur du pKa*

$$pKa = pH - \log \frac{[C_2H_5NH_2]}{[C_2H_5NH_3^+]} \Longrightarrow pKa = 10,2 - \log \frac{9,5.10}{-2} 3.10^{-2} \Longrightarrow pka = 10,7$$

*2.4. Préparation d'une solution tampon*

*2.4.1. Définition d'une solution tampon : Une solution tampon est une solution capable d'absorber une certaine*

*quantité d'acide ou de base sans entraîner une forte variation de pH.*

*Propriétés caratéristiques : Le pH d'une solution tampon évolue peu :*

*- par addition en quantité modérée d'acide*

*- par addition en quantité modérée de base*

*- par dilution limitée.*

*2.4.2. Pour préparer 100mL d'une solution tampon à partir de la solution de monéthylamine,* *Dans la solution* $[C_2H_5NH_2] = [C_2H_5NH_3^+]$

$n^b = 2n^a \Longrightarrow C_bV_b = 2C_aV_a et V_a + V_b = 100mL \Longrightarrow 10^{-1}V_b = 2 \times 5.10^{-2}V_a \Longrightarrow V_a = V_b = 50mL$

*Il faut mélanger 50 mL de la solution de 38ono éthylamine avec 50 mL de la solution chlorhydrique*

2009: exo 1

1.1 Le groupe entouré dans la molécule A est caractéristique des **esters**.

Le groupe entouré dans la molécule C est caractéristique des **alcools**

1.2. La molécule A dérive d'un alcool **R – OH** et d'acide carboxylique **R' – COOH**

1.2.1. L'acide carboxylique est : $CH_3$ - COOH ; son nom est **l'acide éthanoïque ou acide acétique**

L'alcool est $CH_3$ - $CH(CH_3)$ - $CH_2$ - $CH_2$ - OH ; son nom est le **3 - méthyl butan-1-ol**

1.2.2. Equation de la réaction de synthèse de la phéromone A

$CH_3$ - $CH(CH_3)$ - $CH_2$ - $CH_2$ - OH + $CH_3$ - COOH $\rightarrow$ $CH_3$ - $CH(CH_3)$ - $CH_2$ - $CH_2$ - O - CO -$CH_3$ + $H_2O$

Cette transformation est une estérification

Ces caractéristiques sont : naturellement lente, limitée et athermique

1.2.3. Cette réaction pourrait se réaliser avec les ions hydroniums $H_3O^+$ de l'acide sulfurique comme catalyseur.

1.3. Les dérivés d'acide carboxxylique avec lesquels on peut faire la synthèse de A sont :

Le chlorurre d'éthanoyle : $CH_3$ - CO – Cl L'anhydride éthanoïque $CH_3$ - CO - O - CO - $CH_3$

Avec ces derniers la réaction devient plus rapide et totale.

1.4. L'action de la solution d'hydroxyde de sodium sur la phéromone B s'écrit :

R - COO- $CH_3$ + ($Na^+$ , $OH^-$) $\rightarrow$ R-$COO^-$+$Na^+$ + $CH_3$-OH

Cette réaction s'appelle une saponification

Ces caractéristiques sont : naturellement lente, totale, exothermique.

1.5.1. Avantages comparatifs de l'utilisation du sulcatrol :

- On utilise des quantités plus faibles de sulcatrol pour protéger les mêmes surfaces.
- Le produit est biodégradable, donc moins polluant.
- Le sulcatrol n'est pas dangereux pour l'homme.

1.5.2. Valeur de la concentration molaire volumique C de sulcatrol :

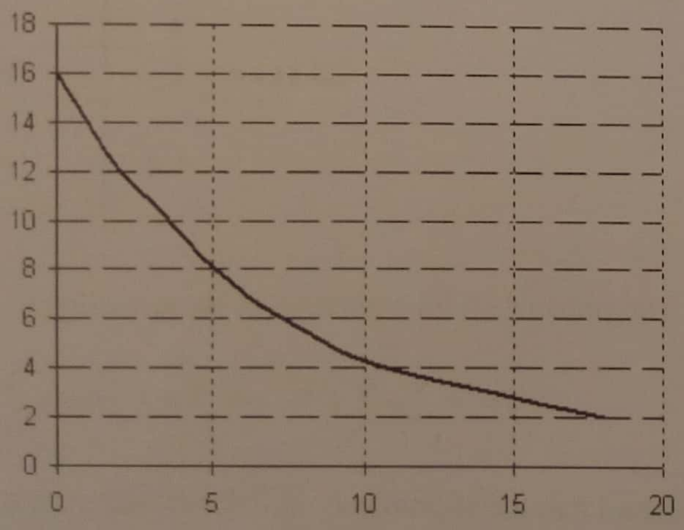
$C = \frac{C_m}{M}$

M est la masse molaire, elle vaut 128 g/mol d'où $\frac{10^{-15}}{128} = 7,8.10^{-18} mol/L$

2005 : exo2

2.1.La réaction étudiée est une réaction d'oxydoré duction qui se déroule en milieu acide entre les couples $H_2O_2$ / $H_2O$ et $I^-$ / $I_2$. L'espèce oxydante est l'eau 39xygéné e et l'espèce réductrice est l'iodure de potassium.

2.2.Graphe $[H_2O_2]$ = f(t).



2.3.Définition :

La vitesse instantanée de disparition de l'eau oxygénée à un instant t est égale à la dérivée de la concentration de la solution en eau oxygénée à cet instant t. Cette vitesse est é gale au coefficient directeur de la tangente à la courbe de disparition, à l'instant t.

$V_{t=0} = 14,8.10^{-5}\ mol.L^{-1}.S^{-1}$.

$V_{t=366s} = 5,9.10^{-5}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$

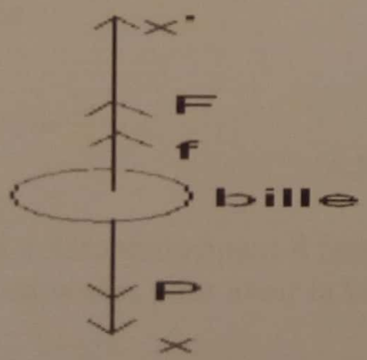
2.4.Cette vitesse démunie au cours du temps. Le facteur cinétique mis en évidence est la concentration en eau oxygénée.

2.5.Pour mettre en évidence l'influence de la température, on peut reproduire la même expérience à une température $\theta_2$ supérieure à la température $\theta_1$ de la première expé rience et voir si la réaction est plus rapide en analysant les deux courbes..

## PHYSIQUE

2005 : exo 4

1. Représentation des forces appliquées à la bille




2. Application de la deuxième loi de Newton ou théorême du centre d'inertie

$$\vec{F}_{ext}(bille) = m\vec{a} \implies \vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$$

En projetant la relation vvectorielle suivant l'axe x'x on obtient

$P - F - f = ma$ $\quad ma = m\frac{dV}{dt}$ ; $P = mg$ ; $F = \rho g V_0$ ; $f = 6\pi\eta r V$

$$mg - \rho g V_0 - 6\pi\eta r V = m\frac{dV}{dt} \Longrightarrow \frac{dV}{dt} = g - \frac{\rho g V_0}{m} - \frac{6\pi\eta r V}{m}$$

$$\Longrightarrow \frac{dV}{dt} + \frac{6\pi\eta r V}{m} = g\left(1 - \frac{\rho V_0}{m}\right)$$ or $m = \rho_{ver} \times V_0$

$$\Longrightarrow \frac{dV}{dt} + \frac{6\pi\eta r V}{m} = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)$$

3. Vitesse limite dela bille

Puisque la vitesse limite est constante $\frac{dV_L}{dt} = 0$

$$\frac{6\pi\eta r V_L}{m} = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right) \Longrightarrow V_L = \frac{mg\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)}{6\pi\eta r} = \frac{\rho_{ver} \times V g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)}{6\pi\eta r}$$

or $$V = \frac{4\pi r^3}{3} \Longrightarrow V_L = \frac{\rho_{ver} \times \frac{4\pi r^3}{3}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)}{6\pi\eta r} = \frac{\rho_{ver} \times 4\pi r^3 \times g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)}{3 \times 6\pi\eta r} = \frac{\rho_{ver} \times 4r^2\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)}{3 \times 6\eta}$$

$$V_L = \frac{2r^2}{9\eta}(\rho_{ver} - \rho)$$

A.N : $V_L = 37{,}5.10^{-3} m/s$

4.a. Graphiquement il faut prolonger la partie horizontale de la courbe sur l'axe des ordonnées pour avoir la valeur de la vitesse limite.

On sait que $V_L = \frac{2r^2}{9\eta}(\rho_{ver} - \rho)$

On en déduit $r = \sqrt{\frac{V_L \times 9\eta}{2 \times g \times (\rho_{ver} - \rho)}}$ la masse m de la bille est $m = \rho_{ver} \times V = \rho_{ver} \times \frac{4\pi r^3}{3}$

$m = \rho_{ver} \times \frac{4\pi r^3}{3}$ A.N : $r = 4,64\,10^{-3} m$ et $m = 1g$

4.b Vitesse limite d'une bille de rayon 2r

$$V_L = \frac{2(2r)^2}{9\eta}(\rho_{ver} - \rho) = 4\frac{2r^2}{9\eta}(\rho_{ver} - \rho) = 4V_L$$ $$V_L' = 4V_L = 0,15 m/s$$

4.c. Durée d'atteinte de la vitesse limite

D'aprés le graphe $v = f(t)$ la vitesse limite est atteinte au bout de $t_L = 35s$

5. La loi de variation de la vitesse de la bille, lachée dans le vide est $v = g \times t$

car la bille tombe en chute libre selon la loi $x = \frac{1}{2} g \times t^2$

La courbe de variation de V est une droite passant par l'origine.

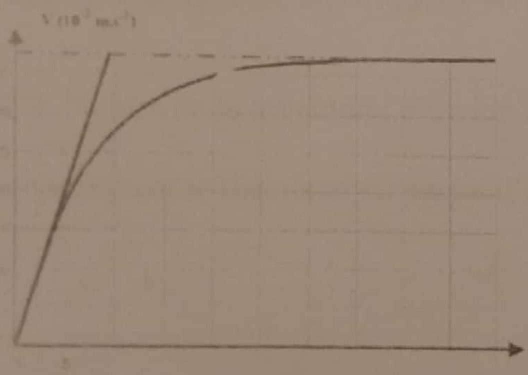


Figure 3

2011 : exo 5

5.1.1. Plaque ayant le potentiel le plus élevé :

Les ions $Mg^{2+}$ étant chargés positivement, la plaque $P_2$ doit être chargée négativement, pour attirer les ions et la plaque $P_1$ positivement pour repousser ces mêmes ions.

Conclusion : $P_1$ doit être portée au potentiel le plus élevé

5.1.2. Valeur $V_0$ de la vitesse des ions en $P_2$

En appliquation du théorême de l'énergie cinétique à un ion sur lequel agit la seule force électrique on peut écrire :

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = W(\overrightarrow{F_e}) = qU_0 \Longrightarrow V_0 = \sqrt{\frac{2qU_0}{m}}$$

5.1.3.Calcul de la valeur de $V_0$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 1,6\,10^{-19} \times 4000}{24 \times 1,67\,10^{-27}}} \Longrightarrow V_0 = 2,5 \times 10^5 m/s$$

5.2.1. Caractéristiques de la force électrique agissant sur un ion dans le condensateur.

Vectoriellement la force électrique a pour expression en foction du champ électrique régnant dans le condensateur :

$\overrightarrow{F_e} = q\overrightarrow{E}$ or $q > 0 \Longrightarrow$ $\overrightarrow{F_e}$ et $\overrightarrow{E}$ ont la même direction et le même sens : la verticale ascendante car $U_{PQ} > 0$, le champ est dirigé de la plaque P vers la plaque Q.

L'intensité de la force électriques s'écrit : $F = q \times E$ or $E = \frac{U}{d} \Longrightarrow F = q \times \frac{U}{d}$

5.2.2. Nature de la trajectoire d'un ion $Mg^{2+}$ à l'intérieur du condensateur.

En appliquant le théorême du centre d'inertie à un ion isolé dans le repère de laboratoire ( O', $\vec{i}$, $\vec{j}$ ),

O' étant le point d'entrée de l'ion dans le condensateur, $\vec{i}$ et $\vec{j}$ étant respectivement parall èle et perpendiculaire aux plaques, on a :

$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$, m est la masse de l'ion et puisqu'on néglige le poids de l'ion devant la force é lectrique \ $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \overrightarrow{F_e}$

Ainsi, $\overrightarrow{F_e} = m\vec{a}$ or $\overrightarrow{F_e} = q\overrightarrow{E} \Longrightarrow q\overrightarrow{E} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{a} = \frac{q}{m} \times \overrightarrow{E}$

Les cordonnées de $\vec{a}$ dans le reprère ( O', $\vec{i}$, $\vec{j}$ ) sont : $\vec{a}\ (a_x = \frac{q}{m} \times E_x a_y = \frac{q}{m} \times E_y)$ or $E_x$

$= 0$ et $E_y = E$ donc $\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{q}{m} \times E \end{pmatrix}$

$a_y = \frac{q}{m} \times E \Longrightarrow V_y = \frac{q}{m} \times E \times t + cte$ or à t = 0 $V_y = V_{0y} = 0 \Longrightarrow cte = 0$ et $V_y = \frac{q}{m} \times E \times t$

$a_x = 0 \Longrightarrow V_x = cste = V_{0x} = V_0 \Longrightarrow V_x = V_0$

Les coordonnées du vecteur vitesse dans le condensateur sont à l'instant t
$\vec{V} \ ( V_x = V_0 V_y = \frac{q}{m} \times E \times t \ )$

$V_x = V_0 \Longrightarrow x = V_0 \times t + x_0$ or à $t = 0$ on a $x = x_0 = 0$ $\Longrightarrow x = V_0 \times t$

$V_y = \frac{q}{m} \times E \times t \Longrightarrow y = \frac{1}{2}\frac{q}{m} \times E \times t^2 + y_0$ or à $t = 0$ on a $y = y_0 = 0 \Longrightarrow y = \frac{1}{2}\frac{q}{m} \times E \times t^2$

Les coordonnées du centre d'inertie de l'ion dans le condensateur à l'instant t sont :G
$\left( x = V_0 \times t, y = \frac{1}{2}\frac{q}{m} \times E \times t^2 \right)$

Par élimination du temps t dans les coordonnées da G on a $y = \frac{qE}{2mV_0^2}x^2$

Cette équation est celle d'une parabole. La trajectoire de l'ion est une *branche de parabole* dans le condensateur

5.2.3.Distance verticale OM sur l'écran.

Les triangles COM et CAS sont en position de Thales.

C est le centre du condensateur, S est le point de sortie de l'ion du condensateur et A le projeté de S sur l'axe O'O

$\frac{OM}{D} = \frac{AS}{\frac{l}{2}} \Longrightarrow \frac{Z}{D} = \frac{2Y_S}{l} \Longrightarrow Z = \frac{2 \times D \times Y_S}{l}$ avec $Y_S = Y(x = l) = \frac{qE}{2mV_0^2}l^2$

$Z = \frac{D \times q \times E \times l}{m \times V_0^2}$ ou $Z = \frac{D \times q \times U \times l}{m \times d \times V_0^2}$

$V_0^2 = \frac{2qU_0}{m} \Longrightarrow Z = \frac{DUl}{2U_0 d}$ ; Z est indépendant des caractéristiques de l'ion $Mg^{2+}$

5.2.4. Durée de traversée du condensateur

De l'équation horaire $x = V_0 \times t$ si x=l on a $t = t_s \Longrightarrow t_s = \frac{l}{V_0} \Longrightarrow t_s = 0,4\,10^{-6}\,s$

5.2.5. Longueur du segment dans le cas d'une tension sinusoïdale : $u(t) = U_{max} \sin \omega t$

Si $u(t) = +U_{max} \Longrightarrow Z_{max} = \frac{DU_{max}\, l}{2U_0 d}$ Si $u(t) = -U_{max} \Longrightarrow Z_{min} = \frac{-DU_{min}\, l}{2U_0 d}$

Si $-U_{max} < u(t) < +U_{min}$ on a un point d'impact sur l'écran dont l'ordonnée est comprise entre $\frac{-DU_{max}\, l}{2U_0 d}$ et $\frac{DU_{max}\, l}{2U_0 d}$ La logueur du segment $L = Z_{max} - Z_{min} = \frac{DU_{max} l}{U_0 d}$ soit $L = 5,75 cm$

2005 : exo 3

3.1.La tension $U_{AM}$ est visualisée sur la voie A : cette tension s'annule après la charge complète du condensateur car l'intensité du courant est nulle après cette date.

La tension $U_{BM}$ est visualisée sur la voie B car à l'instant initial, la charge du condensateur est nulle et après le condensateur se charge jusqu'à sa valeur maximale : c'est ce que nous observons sur la courbe de la voie B.

C'est la tension $U_{AM}$ qui permet de connaître les variations de l'intensité du courant i en fonction du temps car d'après la loi d'ohm $U_{AM} = R.i$

Pour chaque courbe :

La 1ère partie correspond à la charge du condensateur : l'intensit é i du courant dans le circuit décroît et tend vers zéro pendant que la tension $U_{BM}$ augmente et tend vers sa valeur maximale.

La 2e partie correspond à la décharge du condensateur : l'intensité du courant tend vers zéro par valeur négative alors que la tension $U_{BM}$ tend vers zéro.

3.2.La fréquence du générateur est $N = \frac{1}{T}$ avec $T = 9div \times 5.10^{-3} = 45.10^{-3}$ s

$N = \frac{1}{45.10^{-3}}$ alors $N = 22Hz$

La tension maximale aux bornes du condensateur est $U_{max} = 2div \times 2V/div$
$\Longrightarrow U_{max} = 4V$

La tension maximale aux bornes du conducteur ohmique est $U_{max} = 2div \times 2V/div$
$\Longrightarrow U_{max} = 4V$.

La valeur $I_{max}$ de l'intensité du courant de charge est $I_{max} = \frac{U_{max}}{R} = \frac{2}{200} \Longrightarrow I_{max} = 10^{-2} A$

3.3.Si R augmente, la valeur de la fréquence f reste inchangée, alors que $I_{max}$ est modifiée. L'intensité du courant décro ît.

2006 : exo3

3.1.Déduction de l'oscillogramme

3.1.1. De la fréquence de la tension sinusoïdale

La période est $T = s_H \times n$ ; n est le nombre de divisions correspondant à une période n = 10

$T = 5.10^{-2} \times 10 = 5.10^{-1} ms = 5.10^{-4} s$

La fréquence est l'inverse de la période $N = \frac{1}{T} \Longrightarrow N = \frac{1}{5.10^{-4}} \Longrightarrow N = 2000Hz$

3.1.2. Valeurs efficaces de l'intensité et de la tension

La tension maximale aux bornes de la résistance est $U_m(R) = S_1 \times n_1$

$S_1$ est la sensibilité verticale sur la voie 1 et $S_1 = 0,5V/div$

$n_1$ est le nombre de divisions correspondant aux maximum de la tension sur la voie 1 ; $n_1 = 4,8$ div

3.2.La fréquence du générateur est N = $\frac{1}{T}$ avec T = 9div × 5.10$^{-3}$ = 45. 10$^{-3}$ s

N = $\frac{1}{45.10^{-3}}$ alors $N = 22Hz$

La tension maximale aux bornes du condensateur est $U_{max}$ = 2div × 2V/div
$\Longrightarrow U_{max} = 4V$

La tension maximale aux bornes du conducteur ohmique est $U_{max}$ = 2div × 2V/div
$\Longrightarrow U_{max} = 4V$

La valeur $I_{max}$ de l'intensité du courant de charge est $I_{max} = \frac{U_{max}}{R} = \frac{2}{200} \Longrightarrow I_{max} = 10^{-2}A$

3.3.Si R augmente, la valeur de la fréquence f reste inchangée, alors que $I_{max}$ est modifiée. L'intensité du courant décro ît.

2006 : exo3

3.1.Déduction de l'oscillogramme

3.1.1. De la fréquence de la tension sinusoïdale

La période est $T = s_H \times n$ ; n est le nombre de divisions correspondant à une période n = 10

$T = 5.10^{-2} \times 10 = 5.10^{-1}ms = 5.10^{-4}s$

La fréquence est l'inverse de la période $N = \frac{1}{T} \Longrightarrow N = \frac{1}{5.10^{-4}} \Longrightarrow N = 2000Hz$

3.1.2. Valeurs efficaces de l'intensité et de la tension

La tension maximale aux bornes de la résistance est $U_m(R) = S_1 \times n_1$

$S_1$ est la sensibilité verticale sur la voie 1 et $S_1$= 0,5V/div

$n_1$ est le nombre de divisions correspondant aux maximum de la tension sur la voie 1 ; $n_1$ = 4,8 div

$U_m(R) = 0,5 \times 4,8 \Longrightarrow U_m(R) = 2,4V$

L'intensité maximale correspondante est $I_m = \dfrac{U_m(R)}{R} = \dfrac{2,4}{100} = 2,4.10^{-2}A$

L'intensité efficace esi $I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}} = \dfrac{2,4.10^{-2}}{\sqrt{2}} \Longrightarrow I = 1,7.10^{-2}A$

La tension maximale aux bornes du générateuur $U_m = S_2 \times n_2$

$S_2$ est la sensibilité verticale sur la voie 2 et $S_2$= 1V/div

$n_2$ est le nombre de divisions correspondant aux maximum de la tension sur la voie 2 ; $n_2$ = 6 div

$U_m(CA) = 1 \times 6 \Longrightarrow U_m(CA) = 6V$

La tension efficace $U_{AC} = \dfrac{U_m(CA)}{\sqrt{2}} = \dfrac{6}{\sqrt{2}} \Longrightarrow U_{AC} = 4,2V$

3.1.3. Déphasage de la tension par rapport à l'intensité

Le déphasage $\varphi = \omega \times \Delta t$ $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{5.10^{-4}}$ et $\Delta t = S_H \times n$

n nombre de divisions suivant l'horizontale, correspondant à l'écart temporel n = 2 div.

$\varphi = \dfrac{2\pi}{5.10^{-4}} \times 5.10^{-5} \times 2 \Longrightarrow \varphi = \dfrac{2\pi}{5}$

L'oscillogramme montre que la tension aux bornes de la résistance atteint son maximum avant que la tension aux bornes du génarateur n'atteigne le sien. Donc l'intensité est en avance sur la tension ou bien la tension est en retard sur l'intensité de $\varphi = -\dfrac{2\pi}{5}$

Avec $i(t) = I_m sin\omega t et u(t) = U_m sin(\omega t + \varphi)$

3.1.4.Hypothèses non vraissemblables

(D) est un conducteur ohmique car le cas echéant la tension et l'intensité seraient en phase

(D) est une bobine de résistance r et d'auto inductance L car le cas éch éant la tension serait en avance sur l'intensité.

(D) est un condensateur car le cas écheant la tension serait en retard de $-\frac{\pi}{2}$

3.2. Nature du dipôle (D) inconnu

3.2.1. Le dipôle (D) est une bobine de résistance r et d'auto inductance L en série avec un condensateur de capacité C car

Pour N = N₀ = 2150 Hz, il se produit un phénomène de ré sonance.

3.2.2. Caractéristiques du dipôle (D)

A la résonance $U_0 = (R+r) \times I_0 \Longrightarrow r = \frac{U_0}{I_0} - R$

A.N :

$$r = \frac{12}{107\ 10^{-3}} - 100 \Longrightarrow r = 12\Omega$$

Pour

$$N = 2\ 10^3 Hz, \varphi = -\frac{2\pi}{5} et tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r} \Longleftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = (R+r)tan\varphi (1)$$

Pour N₀= 2150 Hz , $\varphi = 0 \Longrightarrow L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} (2)$

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = (R+r)tan\varphi (1) \qquad L\omega_0 = \frac{1}{C\omega_0} (2)$$

De ce système on tire $L = \frac{\omega(R+r)tan\varphi}{\omega^2 - \omega_0^2} \Longrightarrow L = 0,18H$ et $C = \frac{1}{L\omega_0^2} \Longrightarrow C = 3,1\ 10^{-8}F$

2005 : exo5

5.1Définitin d'un réaction de fission

C'est une réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau lourd subit une partition sous l'impact d'un neutron.

5.2Pour calculer x et y on utilise les lois de conservation de Soddy

$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{x}_{54}Xe + ^{94}_{y}Sr + 2^{1}_{0}n$ $\quad 235 + 1 = x + 94 + 2 \rightarrow x = 140 \quad 92 = 54 + y \rightarrow y = 38$

5.3Energie libérée lors de la fission d'un noyau d'uranium

$E = \Delta mc^2$

$\Delta m = [2 \times m_n + m(Sr) + m(Xe)] - [m(U) + m_n]$

$\Delta m = [2 \times 1,008 + 94,945 + 138,955] - [235,120 + 1,008]$

$\Delta m = -0,212u = -0,212 \times 1,6605 = -0,352026kg$

$E = -0,352026 \times (3.10^8)^2 \quad E_l = -3,168.100^{-11}J$

$1Mev = 1,6.10^{-13}J \rightarrow E_l = \frac{-3,168.100^{-11}}{1,6.10^{-13}} \rightarrow E_l = -198Mev$

5.4Consommation journalière en uranium d'une centrale nucléaire

Le rendement $r = \frac{Energie\ Ã©lectrique}{Energie\ nuclÃ©aire} = \frac{E_{Ã©lec}}{E_{nucl}}$

$E_{nucl} = \frac{E_{Ã©lec}}{r}$ or $E_{nucl} = N \times |E_l|$ N étant le nombre de noyau de la masse m d'uranium

N= $\frac{m}{M} \times N_{avogadro} \rightarrow E_{nucl} = \frac{m}{M} \times N_{avogadro} \times |E_l|$

E_élecr $= \frac{m}{M} \times N_{avogadro} \times |E_l| \rightarrow m = \frac{E_{Ã©lec} \times M}{r \times N_{avogadro} \times |E_l|}$

$$M = A \times u \rightarrow m = \frac{E_{\text{élec}} \times A \times u}{r \times N_{avogadro} \times |E_l|} \qquad m = \frac{1,5\,10^{14} \times 235 \times 1,6605\,10^{-27}}{0,3 \times 6,02\,10^{23} \times |-3,168\,100^{-11}|} \rightarrow m = 6,17g$$

*5.5.1Equation de désintégration d'un noyau de césium 137*

$${}^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{0}_{-1}\beta + {}^{137}_{56}Ba$$

*5.5.2Constante radioactive du césium*

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} \qquad \lambda = \frac{\ln 2}{30 \times 365 \times 24 \times 3600} \rightarrow \lambda = 7,32\,10^{-10}s^{-1}$$

*La constante radioactive est une constante propre au noyau*

**2006** :exo4

4.1.1 Niveau correspondant à l'état fondamental est

4.1.2. L'énergie d'un photon en eV ; s'écrit : $E = h\frac{C}{\lambda}$

pour $\lambda_1 = 656,3nm \Longrightarrow E = 1,89eV$ pour $\lambda_2 = 486,1nm \Longrightarrow E = 2,55eV$

pour $\lambda_3 = 434,1nm \Longrightarrow E = 2,86eV$

4.1.3. Les raies visibles correspondent é la série de raies de Balmer c'est à dire aux transitions d'un état excité vers le niveau 2

$E_n - E_2 = 1,89 \Longrightarrow E_n = 1,89 + E_2 \Longrightarrow E_n = 1,89 - 3,4 \Longrightarrow E_n = -1,51$ eV qui est l'énergiedu niveau n = 3

La raie $\lambda_1 = 656,3nm$ corrrespond à la transition du niveau 3 au niveau 2

$E_n - E_2 = 2,55 \Longrightarrow E_n = 2,55 + E_2 \Longrightarrow E_n = 2,55 - 3,4 \Longrightarrow E_n = -0,85$ eV qui est l'énergie du niveau n = 4

La raie $\lambda_2 = 486,1nm$ corrrespond à la transition du niveau 4 au niveau 2

$E_n - E_2 = 2,86 \Longrightarrow E_n = 2,86 + E_2 \Longrightarrow E_n = 2,86 - 3,4 \Longrightarrow E_n = -0,54$ eV qui est l'énergie du niveau n = 5

La raie $\lambda_3 = 434,1nm$ corrrespond à la transition du niveau 5 au niveau 2.

4.1.4.L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène est l'é nergie qu'il faut fournir à l'atome d'hydrogène dans son état fondamental pour l'amener à l'infini où son énergie est nulle.

A savoir $E_1 + E_I = 0 \Rightarrow E_I = -E_1 \Rightarrow E_I = 13{,}6$ eV

La longueur d'onde correspondante est donnée par la relation : $E_I = h\frac{C}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hC}{E_I} \Rightarrow \lambda = 91,3nm$

4.2.1 Emission d'un courant photoélectrique

Il y a émission d'un courant photoélectrique lorsque $E > W_0$

Ce qui est vrai pour $\lambda_2$ et $\lambda_3$ car 2,55 et 2,86 sont supérieure à 2,2eV

4.2.2. Vitesse d'émisssion des électrons

D'après la conservation de l'énergie $E = Ec + W_0 \Rightarrow Ec = E - W_0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{max}^2 = E - W_0 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2(E - W_0)}{m}}$ Avec $\lambda_2, v_2 = 3,5.10^5 m/s$ Avec $\lambda_3, v_3 = 4,8.10^5 m/s$